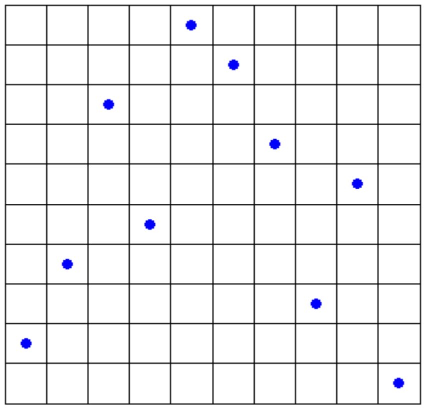


Jornada sobre conjuntos de Sidon

Instituto de Ciencias Matemáticas, Madrid, 20 de marzo de 2012. (sala naranja por la mañana y sala gris por la tarde)

10:15- 10:55. **Juanjo Rué** (ICMAT). *Representación polinómica de enteros mediante formas multilineales.*

11:00 -10:40. **Juan Miguel Velásquez** (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina). *Retículos cuantizadores en dimensión 4.*

12:00 - 12:40. **Ana Zumalacárregui** (UAM-ICMAT). *Sobre el problema de Odlyzco.*

15:30- 16:10. **Carlos Alexis Gómez** (Universidad del Valle, Colombia) *Sobre conjuntos B_h débiles y códigos lineales binarios.*

16:15- 16:55. **Rafael Tesoro** (UAM-ICMAT). *Sucesiones B_h infinita.*

17:00 -17:40. **Carlos Trujillo** (Universidad del Cauca, Colombia). *Arreglos Costas como conjuntos de Sidon.*

Organizadores: J. Cilleruelo, J. Rué, R. Tesoro y A. Zumalacárregui

Resúmenes

Juanjo Rué. (ICMAT-UAM)

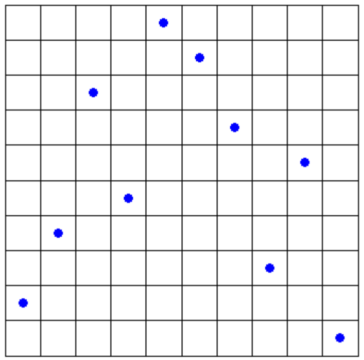
Representación polinómica de enteros mediante formas multilineales

Resumen: Dada una secuencia infinita de enteros positivos A, demostramos que para todo entero positivo k el número de soluciones de la ecuación $n = a_1 + \cdots + a_k$ no es constante para n suficientemente grande. Este corolario es consecuencia de nuestro teorema principal, resultado que responde parcialmente una cuestión de Sárközy y Sós. Además de explicar la demostración de este resultado lo generalizaremos para estudiar funciones de representación polinomiales.

Carlos Alberto Trujillo Solarte. Universidad del Cauca (Popayán, Colombia)

Arreglos Costas como conjuntos de Sidon

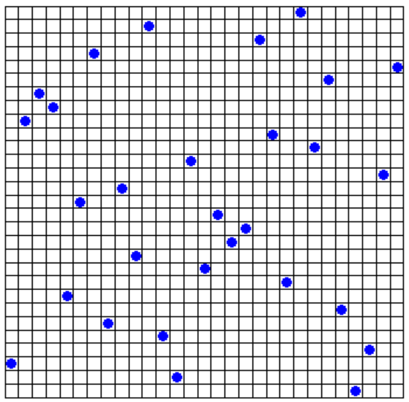
Resumen: Una arreglo Costas es una permutación F de $\{1, \ldots, n\}$ en $\{1, \ldots, n\}$, tal que los vectores diferencia $\big(i - j, F(i) - F(j)\big)$, con $i > j$ son todos distintos. Estos arreglos son de interés no solo por sus aplicaciones en comunicaciones, sino porque han conducido a problemas abiertos interesantes en la teoría de números aditiva. Por otro lado, si G es un grupo conmutativo (notado aditivamente) un subconjunto S de G se llama un conjunto de Sidon si todas las sumas de dos elementos de S son distintas. En esta charla se presenta un resumen sobre arreglos Costas, su relación con conjuntos de Sidon en grupos especiales, y algunos problemas abiertos.



Rafael Tesoro (UAM-ICMAT).

Sucesiones B_h infinitas

Resumen: Mostramos las ideas principales de la construcción de Ruzsa, (1998) de un conjunto B que es infinito y de Sidón (i.e. B_2) y cuya función contadora satisface $B(x) \gg x^{\sqrt{2}-1+o(1)}$. Hemos logrado generalizar la construcción de Ruzsa al caso de h sumandos, con $h \geq 3$, demostrando la existencia de una sucesión B_h infinita con $B(x) \gg x^{\sqrt{(h-1)^2+1}-h+1+o(1)}$. Este exponente mejora el exponente $\frac{1}{2h-1}$ que se obtenía con el algoritmo avaricioso y que era el mayor conocido hasta la fecha para $h \geq 3$. La conjetura de Erdös es que cualquier exponente menor que $\frac{1}{h}$ es admisible



.

Juan Miguel Velásquez Soto. Universidad Nacional de Córdoba, (Argentina)

Cuantizadores en dimensión 4.

Resumen: Bajo ciertas condiciones generales, un retículo en R^{n} puede considerarse como un cuantizador vectorial, en este caso la celda de Voronoi del retículo se usa para convertir cada punto dentro de ella en un punto del lattice, obteniéndose así, un convesor analógico-digital o quantizer. Por diversas razones, interesa minimizar el error promedio cometido en este proceso, la integral de las distancias al cuadrado en la celda de Voronoi es la forma más común de medir este error. Esta es la cantidad que se quiere minimizar, al variar los lattices.

El problema de hallar el retículo cuantizador óptimo solo ha sido resuelto en dimensiones 2 y 3, como es de esperarse el lattice hexagonal es el mejor cuantizador en dimensión dos, mientras que en el caso 3 dimensional el mínimo ocurre en el lattice A_3. El objetivo central de la charla es presentar un panorama actualizado del problema, y mostrar algunos adelantos que hemos logrado para el caso 4 dimensional. En particular hemos obtenido una fórmula que permite calcular la constante de cuantización para cualquier lattice en dimensión 4.

El trabajo se basa en resultados anteriores de Barnes para obtener el momento de inercia y en un trabajo de Conway-Sloane que describe cómo calcular el momento de inercia de politopos convexos.

Es de resaltar que dada la magnitud de las fórmulas, el uso del computador resulta esencial.

Ana Zumalacárregui (UAM-ICMAT).

Sobre el problema de Odlyzco.

Resumen: Dado un subconjunto A de un grupo abeliano finito G, es posible obtener estimaciones para el número de elementos de A en una caja $B \subset G$ (producto cartesiano de intervalos), en términos de la cantidad $S(A) = \max\_\{\psi \neq \psi_0\} |\sum_{\{a \in A\}} \psi(a)|$ donde ψ recorre los caracteres no triviales de G. Cuando A es un conjunto de Sidon denso, la estimación de $S(A)$ es sencilla debido a las propiedades aritméticas del conjunto.

A partir de las estimaciones de $S(A)$ para el conjunto de Sidon $A = \{(x, y): g^x - g^y \equiv \lambda \ mod\ p\} \subset Z_{p-1}^2$ donde g es un generador de F_p^*, explicaremos cómo se pueden mejorar las cotas existentes para el problema de Odlyzko: ¿cuál es el mínimo N tal que

$$\{g^x - g^y: 1 \leq x, y \leq N\} = Z_p?$$

Interpretando este problema en términos de conjuntos de Sidon hemos demostrado que $N < \sqrt{2}p^{3/4}$, mejorado resultados previos de S. Konyagin, M. Garaev and V. García. Se conjetura que $N \ll p^{\frac{1}{2}+e}$ para todo $e > 0$ y p suficientemente grande.

Carlos Alexis Gómez Ruiz. Universidad del Valle (Cali, Colombia)

Sobre conjuntos B_h débiles y códigos lineales binarios.

Resumen: Un subconjunto A de un grupo conmutativo G, notado aditivamente, es un conjunto B_h débil, en G, si todas las sumas de h elementos distintos de A (salvo permutaciones), determinan elementos diferentes en G. En esta charla se muestra una relación entre conjuntos B_h débiles (definidos en espacios vectoriales sobre el campo con 2 elementos) y códigos binarios lineales.