

## EDITORIAL

Un nuevo año ha comenzado haciéndonos particularmente conscientes de la importancia del ICMAT como “casa de las matemáticas” abierta a la comunidad internacional. Este mismo *newsletter* informa sobre algunos de los resultados más interesantes que han sido obtenidos recientemente en el Instituto. Aunque conviene subrayar que la influencia de un centro como el ICMAT irá siempre mucho más allá de la mera relación de las publicaciones de sus miembros, extendiéndose a todos los resultados, proyectos y colaboraciones que se originan en nuestras dependencias y que fructifican luego, tiempo después, muchas veces lejos de nuestra casa. El objetivo primordial del ICMAT es la investigación matemática, a través del estímulo de ese pensamiento original que produce avances decisivos en la ciencia, que enriquece nuestro conocimiento de la naturaleza y tiene aplicaciones a menudo insospechadas.

La adscripción para los próximos cuatro años de los miembros (*faculty*), pertenecientes a las tres universidades del Instituto, es una tarea que se ha culminado el pasado mes de enero, con la aprobación por parte de la Comisión Rectora de la propuesta elaborada por la Comisión Mixta (compuesta por las universidades y el CSIC), y que había recibido ya el visto bueno de la Junta de Gobierno del ICMAT. Sean bienvenidos los nuevos miembros y reciban la enhorabuena quienes repiten su pertenencia al Instituto: no cabe la menor duda de que su buen hacer, trabajo y dedicación contribuirán a que el ICMAT siga navegando viento en popa, con un proyecto ilusionante que este año implica la solicitud del tercer galardón de excelencia Severo Ochoa. Tenemos razones para sentirnos optimistas respecto a su renovación, sobre todo por el informe entusiasta y muy favorable que hemos recibido del Comité Científico Externo nombrado por el Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades. No podemos, sin embargo, confiarnos, por cuanto la financiación del Severo Ochoa es vital para mantener las actividades del Instituto.

El proceso de adscripción, previsto en los estatutos, ha puesto de manifiesto una ostensible falta de simetría entre el CSIC y las tres universidades (UAM, UCM y UC3M). Se trata de un asunto de hondo calado que será conveniente reconsiderar en una próxima revisión de los estatutos y del convenio. La asimetría se manifiesta también en los numerosos trámites burocráticos a los que el Instituto se ve sometido por parte del CSIC, cuya intensidad es muy superior a la demandada por las otras tres instituciones. La reciente reestructuración de las áreas del CSIC es también motivo de preocupación, por cuanto ningún matemático forma parte de la Comisión de materia, que es en la que estamos encuadrados y tiene a su cargo decisiones sobre nuevos puestos y recursos. Eso ha levantado algunos fantasmas del pasado, cuando carecíamos de interlocutores matemáticos en la comisión.



Imagen: ICMAT.

Antonio Córdoba.

## CONTENIDOS

Editorial: Antonio Córdoba (director del ICMAT).....	1
Reportaje: Teoría de espacios de moduli: el mapa del tesoro.....	3
Entrevista: Xenia de la Ossa y Philip Candelas (Universidad de Oxford).....	7
Cuestionario ICMAT: Frances Kirwan (Universidad de Oxford).....	9
Reseña científica: “Resuelta una conjetura de Guth sobre el problema de Kakeya en variedades algebraicas”.....	11
Reseña científica: “Soluciones globales para la ecuación quasi-geostrófica superficial”.....	12
She Does Maths: Makrina Agaoglou (ICMAT).....	13
Perfil: Diego Alonso Orán (ICMAT).....	14
Entrevista: Ali Nelsin (Premio Leelavati de divulgación matemática).....	15
Cuéntame tu tesis: Víctor Arnaiz Solórzano (ICMAT).....	17
Noticias ICMAT.....	19
Agenda.....	25

(Viene de la página anterior)

Las gestiones con la dirección del CSIC no han dado fruto, y así lo hicimos constar durante la visita que hicieron al Instituto los coordinadores del área y la vicepresidenta adjunta de investigación, el pasado 5 de febrero.

Desde su creación, el ICMAT pertenece por derecho propio a la red SOMMA (Severo Ochoa y María de Maeztu) de institutos que han recibido financiación a través de estos dos proyectos de excelencia. Se trata de un club interesante que pretende, entre otros fines, actuar como *lobby* por la ciencia y ser un interlocutor del Ministerio: un vehículo para hacer llegar opiniones fundadas y propiciar medidas que ayuden a la gestión de estos institutos, y que son del todo imprescindibles para que podamos competir en mejores condiciones dentro de la liga mundial de la ciencia. En la hipotética pirámide de las matemáticas de un país, la investigación ocupa el vértice superior, su gran base es la enseñanza y el tronco es la transferencia, siendo la interrelación y comunicación entre estos tres estratos fundamental para la buena salud del sistema. El ICMAT tiene su nicho natural en ese vértice y creo que podemos decir con cierto orgullo que lo hemos hecho bien, que somos buenos en la resolución de conjeturas que han sido objeto del deseo matemático, en la producción de buenos teoremas publicados en las mejores revistas, así como en la consecución de proyectos competitivos ya sean del Ministerio, del ERC o de la Comisión Europea. En este *newsletter* damos especial protagonismo a uno de los temas de investigación en los que el ICMAT es puntero: la teoría de los espacios de moduli, a la que se dedica uno de nuestros laboratorios, codirigido entre Simon Donaldson y Nigel Hitchin, y sobre el que, en el último trimestre de 2018, el Instituto acogió un trimestre temático.

Sin duda la base de la educación es clave: junto al estudio del propio idioma, las matemáticas desempeñan un papel crucial en la educación de los ciudadanos. Es precisamente a través de la aritmética y de la geometría elementales como puede enseñarse mejor el razonamiento deductivo, y lograr instalar el sistema operativo en el cerebro humano. Es una tarea difícil que necesita mucho apoyo, tanto en la elaboración de textos adecuados como en la comunicación a la sociedad de ese papel importante que ejercen las matemáticas. También el ICMAT trata de apoyar esta valiosa tarea. Colaboramos, a través de la Unidad de Comunicación y Divulgación, con iniciativas tales como "Café y Teoremas", en el diario El País, o con el proyecto "Mi científica favorita", fi-

nanciado en parte por la FECYT. También hemos participado en la elaboración de libros de apoyo a la Enseñanza Secundaria en colaboración con la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas. Es importante no perder nunca de vista que nuestro estatus impone unas ciertas autorrestricciones: el marchamo ICMAT debe implicar que quien divulga tenga *auctoritas*, que conozca a fondo el tema sobre el que escribe, esforzándose en hacerlo asequible a los ciudadanos y procurando, al menos, un ápice de originalidad en sus planteamientos.

Por último, el tronco, la transferencia. Según una opinión bastante generalizada, vivimos en los albores de la cuarta revolución industrial en la que la palabra clave es algoritmo, y donde el centauro que forma un matemático con su ordenador es, quizás, el espécimen más evolucionado de la tecnología contemporánea. Eso explica la demanda de matemáticos e informáticos por parte de la industria, centros médicos, entidades financieras, empresas de seguridad, compañías de teléfonos y grandes centros comerciales. El cambio experimentado en la calidad del alumnado que llega a las licenciaturas de matemáticas ha sido espectacular y muy positivo. Como lo es también que un colectivo muy numeroso de matemáticos, con una formación muy sólida, se desempeñen en esos menesteres, aportando sus conocimientos en aras del mejor funcionamiento y competitividad de las empresas, formando parte de sus necesarios gabinetes de asesoramiento en investigación y desarrollo.

Nos va en ello la prosperidad del país. Ahora bien: ¿qué papel debe desempeñar en estos asuntos un centro como el ICMAT? Se trata de un tema muy importante en el que me parece necesario que nuestro claustro recapitule y mida bien nuestras fuerzas. No cabe duda de que problemas matemáticos provenientes del ámbito empresarial que constituyan un auténtico desafío intelectual, un acicate a esa investigación matemática de calidad que es nuestro objetivo, han de ser siempre bienvenidos.

En los próximos años, la aportación del ICMAT al desarrollo de la investigación matemática en España promete ser de gran importancia.

**Antonio Córdoba**, director del ICMAT y catedrático de Análisis de la Universidad Autónoma de Madrid.

Imagen: ICMAT.



## REPORTAJE: Teoría de espacios de moduli: el mapa del tesoro

**A finales de 2018 tuvo lugar en el ICMAT un trimestre temático dedicado a la llamada *teoría de espacios de moduli*, organizado por el Laboratorio ICMAT Donaldson-Hitchin. Esta área, cuyos orígenes se encuentran a mediados del s. XIX en los trabajos del gran matemático alemán Bernard Riemann, es de gran interés para resolver problemas de geometría algebraica, geometría diferencial y topología, pero además posee profundas conexiones con la teoría cuántica de campos y otros campos de la física teórica. “Los espacios de moduli son inherentes a los problemas de clasificación en geometría algebraica. Además están relacionados con la idea de cuantización, que es un concepto universal, y por eso son tan útiles”, relata Mario García-Fernández, investigador del ICMAT y nuestro guía en esta incursión al mundo de los espacios de moduli.**

**Ágata Timón García-Longoria.** La clasificación es una de las grandes obsesiones de los matemáticos. Permite establecer un orden en espacios abstractos, entender en profundidad el tipo de elementos que lo componen y las relaciones que hay entre ellos. De esta manera, grandes resultados demostrados en el último siglo tratan sobre esto, como, por ejemplo, el [teorema de Poincaré-Perelman](#), que clasifica las variedades cerradas y simplemente conexas de dimensión 3, y afirma que solo hay una, la esfera tridimensional. En general, un problema de clasificación en matemáticas parte de una colección de objetos que se quieren clasificar y una relación de equivalencia entre ellos, que indica qué objetos son iguales, y cuáles son distintos. Resolver el problema supone, por una parte, hacer una enumeración de todas las categorías de objetos (una lista *módulo equivalencia*) y, por otra, establecer cantidades invariantes que ayuden a diferenciar entre dos objetos dados cualesquiera. Sin embargo, con la llamada *teoría de espacios de moduli* las cosas no son tan sencillas: por cada elección de invariantes discretos se obtiene un continuo de parámetros.

Un ejemplo sencillo es el problema de diferenciar los círculos en el plano euclidiano. Un círculo queda definido por su centro (un punto del plano, es decir, dos coordenadas) y su radio (un número real positivo). Si consideramos todos los círculos con el mismo radio *equivalentes* (es decir, si podemos llevar el uno al otro por medio de una traslación), entonces el radio bastará para parametrizar el conjunto. Aunque no es posible hacer una lista de los círculos en el plano euclidiano, por tener una infinitud no numerable de parámetros, existe una cierta estructura en el continuo, por ejemplo, se puede decidir cuándo un círculo es más grande que otro. Si además se consideran los “círculos degenerados”, dados por los casos de radio cero e infinito, y se identifican entre ellos, obtenemos un “espacio clasificador”, el espacio de moduli resultante, que es de nuevo un círculo.

Este ejemplo ilustra tres características básicas de la [teoría de espacios de moduli](#). “Por una parte, al dotar de una estructura natural al espacio de clases de equivalencia, el espacio de moduli se parece en cierta medida a aquello que clasifica. Por otra parte, la falta de finitud en la clasificación se intenta equilibrar añadiendo objetos degenerados, que lleven a un espacio de moduli compacto [es decir, ya que no se puede confeccionar una lista, al menos, construyamos algo que nos quepa en la palma de la mano]. Además, para que el moduli tenga la primera propiedad, en muchas ocasiones es necesario identificar algunos de los objetos degenerados entre ellos (en el ejemplo anterior, si no se identifica el cero con el infinito se obtiene un intervalo cerrado, en vez de un círculo)”, enumera [Mario García-Fernández](#), profesor ayudante doctor en la Universidad Autónoma de Madrid y miembro en el ICMAT del [laboratorio Donaldson-Hitchin](#), englobado en el campo de la geometría algebraica.

**Un trabajo artesanal de gran dificultad técnica**

La primera referencia al *moduli* apareció en un artículo de 1857 del matemático alemán Bernard Riemann, “[Theorie der Abel’schen Functionen](#)”, en la revista *Journal für die reine und angewandte Mathematik*. En este texto, el investigador usa el concepto como sinónimo de parámetro, al demostrar que en una superficie orientable, conexa y compacta con  $g$  agujeros (género) las estructuras conformes dependen de  $3g - 3$  números complejos. Sin embargo, no fue hasta los años 60 del s. XX cuando David Mumford dio [una definición formal](#), basada en la moderna teoría de esquemas del matemático Alexander Grothendieck.

En los inicios, los geómetras algebraicos estaban interesados en clasificar las variedades algebraicas (definidas como puntos que hacen cero el valor de polinomios, llamados *ceros* por razones obvias), consideradas dentro de un espacio complejo. En este caso, dos variedades son consideradas equivalentes si es posible transformar una en la otra de manera lineal. Sin embargo, pronto se dieron cuenta de que también es posible construir espacios de moduli para objetos más sofisticados (como variedades, esquemas, fibrados, haces...), empleando la llamada [teoría geométrica de invariantes](#). Esta teoría, iniciada por Mumford, estudia los puntos de una variedad algebraica módulo la equivalencia dada por las simetrías de la acción de un grupo. Para que el espacio que parametriza las órbitas tenga de nuevo estructura de variedad algebraica, se identifican (y en algunos casos, se descartan) ciertos objetos patológicos (aquellos inestables o semiestables), que se “pegan” a otros en el espacio de órbitas. “En cada problema concreto, la elección e identificación de objetos patológicos y de aquellos que aparecen representados en el moduli es un trabajo artesanal de gran dificultad técnica”, explica García-Fernández. Fijados ciertos invariantes topológicos, el moduli es una variedad algebraica, que habitualmente tiene singularidades.

En el campo de la geometría diferencial también se emplean los espacios de moduli para clasificar estructuras geométricas (tensores, conexiones...) módulo simetrías dentro de una variedad ambiente fijada. Tanto el espacio de parámetros inicial, como el grupo (difeomorfismos, automorfismos de un fibrado), tienen dimensión infinita, por lo que hace falta recurrir a la teoría de espacios de Banach para construir los espacios de moduli.

Una vez obtenido el espacio de moduli, en ocasiones se estudia su topología, para así obtener información de la variedad donde *viven* los objetos clasificados. “Esta idea es similar a la [integración de caminos de Feynman](#): se considera el espacio de moduli de todos los objetos de un cierto tipo en un espacio  $M$  (por ejemplo, las conexiones que satisfacen una ecuación en derivadas parciales), y se miden cantidades en este espacio, es decir, se intenta *integrar*, como hacia Feynman, sobre todos los caminos para hallar la función de parti-

ción en su teoría”, ilustra García-Fernández. En la práctica, *integrar* significa medir [cantidades cohomológicas](#). Para poder hacer esto es necesario que el espacio de moduli sea compacto, por lo que es importante compactificar añadiendo objetos patológicos. En los años 80 del siglo XX, Simon Donaldson aplicó estas ideas al espacio de conexiones en 4-variedades, lo cual le llevó a sus [invariantes polinomiales](#) (y a obtener la Medalla Fields en 1986).

En las décadas siguientes, el enfoque ha facilitado responder preguntas como ¿cuántas curvas racionales pasan por un cierto número de puntos? “Un problema clásico que se resolvió parcialmente con la teoría de moduli fue la [conjetura de Clemens](#) sobre el número de curvas racionales (2-esferas) en variedades de Calabi-Yau de dimensión 3”, relata García-Fernández. Philip Candelas, Xenia De la Ossa, Paul S. Green y Linda Parkes [predijeron los números de la conjetura de Clemens](#) a través del espacio de moduli de la variedad de Calabi-Yau, relacionándolo con el de su espejo. Más tarde, Maksim Kontsevich [demostró](#) estas predicciones usando el espacio de moduli de curvas estables de Mumford. “Esto dio lugar a la versión moderna de *contar curvas*, que es la geometría enumerativa. Un pilar básico de esta teoría es la definición de una [teoría de integración](#)” (*virtual cycles*) en espacios de moduli”, cuenta el joven investigador.

#### De los orígenes algebraicos a la teoría de cuerdas

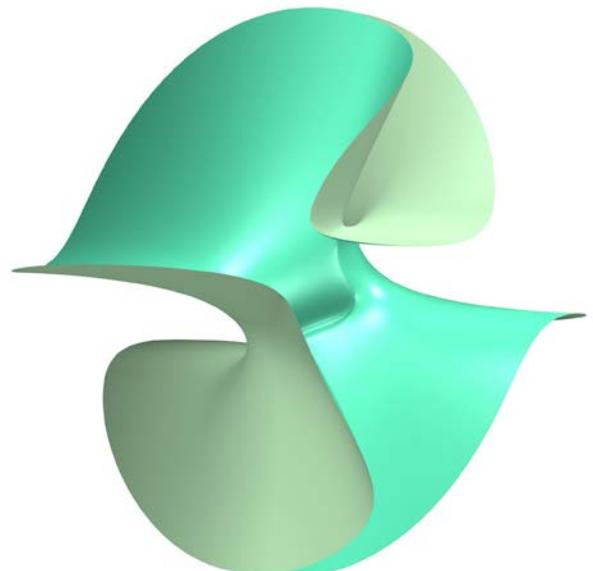
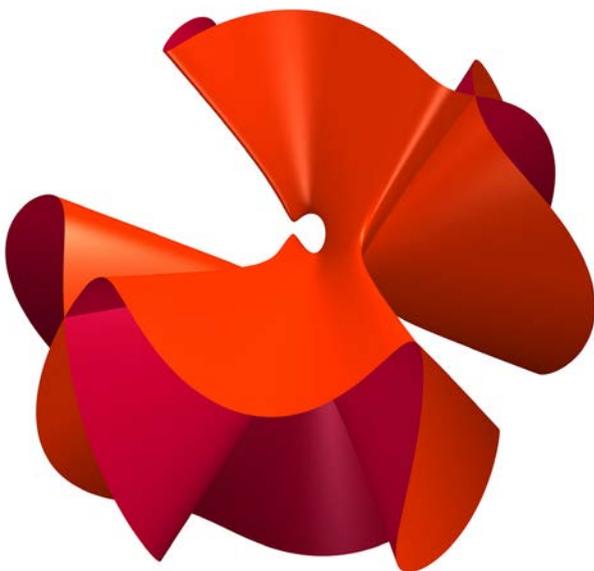
“El problema de moduli, es decir el estudio de espacios que parametrizan estructuras geométricas de diverso tipo en geometría algebraica y diferencial, es en sí mismo un problema universal y central en matemáticas”, asegura Óscar García-Prada. “Por supuesto, el hecho de que los problemas de moduli estén íntimamente ligados a la cuantización lo hace más interesante todavía”, añade.

Gracias a esta relación, a finales de la década de 1970 aparecieron aplicaciones inesperadas a la física. “Con el nacimiento de la teoría cuántica de campos, en particular con el método de [integrales de camino de Feynman](#), y el posterior desarrollo por Yang y Mills de las teorías gauge en la década de 1950, los espacios de moduli se convirtieron en un tema de interés para los físicos”, relata García-Fernández. En este contexto, el espacio de moduli sirve para clasificar soluciones clásicas de la teoría de campos (soluciones a un sistema de ecuaciones en derivadas parciales) módulo equivalencia física. “Esta idea es clave en la cuantización de la teoría”, señala el matemático.

“Yo entiendo las matemáticas como un estudio de nuestra manera de percibir el mundo. Desde este punto de vista, la cuantización es un proceso por el que inferimos una estructura en las trazas de experiencias del mundo microscópico a partir de nuestros mecanismos abstractos para ordenar las experiencias del mundo macroscópico (a nuestra escala)”, reflexiona García-Fernández. “La teoría de moduli aparece de forma misteriosa en este proceso, de la mano de la integral de caminos de Feynman. Visto así, me parece que la cuantización, que nos lleva de la ordenación de lo macroscópico a la ordenación de lo micro, es algo más fundamental que la teoría de moduli”, prosigue.

Sin embargo, a partir de la década de 1980 las aplicaciones de esta teoría se hicieron cada vez más numerosas: a la topología, a la geometría diferencial, a la geometría algebraica, a la teoría de representaciones... “Los espacios de moduli son inherentes a los problemas de clasificación en geometría algebraica. Están relacionados con la idea de cuantización, que es un concepto universal, y por eso son tan útiles”, asegura García-Fernández.

En la actualidad, la [construcción de `invariantes cuánticos` de nudos usando espacios de moduli](#) es un área muy activa en topología. También la llamada [teoría de condiciones de estabilidad de Bridgeland](#), en relación con espacios de moduli de fibrados. “Por una parte, una condición de estabilidad es la herramienta necesaria para detectar los objetos patológicos en la construcción de un moduli. Por otra parte, todas estas condiciones juntas dan lugar a una variedad compleja, con una topología muy complicada. Esta variedad es una versión matemática de lo que los físicos llaman “Kähler moduli” en una variedad Calabi-Yau. Los físicos observaron que ciertas cirugías en una variedad Calabi-Yau daban lugar a un proceso continuo en su teoría. Matemáticamente uno quiere entender si hay un objeto universal que sobrevive a estas cirugías. Este objeto es la “categoría derivada”, y su espacio de condiciones de estabilidad”, detalla el matemático. Sin duda, es un campo en expansión, con relaciones cada vez más numerosas en la física, y con una profundidad inmensa, que permitirá encontrar tesoros matemáticos aún inimaginables.



Las variedades de Fano son objetos de la geometría algebraica que también se estudian con la teoría de espacios de moduli.

## Temas candentes en la teoría de espacios de moduli

Durante los meses de septiembre, octubre, noviembre y diciembre de 2018 tuvo lugar en el ICMAT un trimestre temático, organizado por el [Laboratorio Donaldson-Hitchin](#), dedicado a la teoría de los espacios de moduli. Dentro del programa se incluyeron dos escuelas y congresos, un programa para visitantes y un seminario regular. La actividad de inauguración fue el congreso "[Group actions in algebraic and symplectic geometry](#)", que tuvo lugar los días 2 y 3 de octubre, en la que se celebró un coloquio dirigido a matemáticos en general, impartido por Dame Frances Kirwan, profesora Saviliana de Geometría en la Universidad de Oxford y miembro del Comité Asesor Externo del ICMAT. Durante estos meses, más de 70 investigadores de 15 países visitaron el centro para compartir sus resultados, centrados en las áreas básicas de los espacios de moduli: los fibrados de Higgs, la simetría espejo y la dualidad de Langlands; y la teoría Gauge, la holonomía especial y las métricas especiales.

### Teorías gauge

En los años 80 del siglo pasado, Michael Atiyah y Raoul Bott estudiaban las [ecuaciones de Yang Mills](#), ecuaciones fundamentales de la física teórica que describen las partículas elementales, sobre superficies de Riemann, cuando [iniciaron la versión matemática de las teorías gauge](#). "Esta teoría consiste en el estudio de *conexiones*, ciertos objetos que generalizan la noción de campo electromagnético en física y la noción de transporte paralelo en geometría. Las conexiones deben satisfacer una ecuación en derivadas parciales, análoga a las ecuaciones de Maxwell o las más complicadas ecuaciones de Yang-Mills en el modelo estándar", describe Mario García-Fernández. El objeto fundamental de estudio de la teoría gauge es el espacio de moduli de soluciones de dicha ecuación, módulo simetrías.

Un ejemplo de teoría Gauge es la teoría de Donaldson. Simon Donaldson construyó invariantes muy sutiles de variedades diferenciables en dimensión 4. Sus trabajos popularizaron el área, y dieron paso a la [teoría de invariantes de Seiberg-Witten](#), que proporciona maneras más eficientes de calcular invariantes. "La idea básica es estudiar las propiedades geométricas y topológicas de espacios de moduli para conexiones en una variedad fija  $M$ , obteniendo así invariantes topológicos de dicha variedad. Esta idea es reminiscente de la integral de caminos de Feynman en la teoría cuántica de campos", relata el investigador.

En los años 90 del siglo pasado Donaldson y Richard Thomas propusieron una [generalización de las teorías gauge para variedades de dimensión superior](#), lo que ha dado lugar a la moderna [teoría de invariantes de Donaldson-Thomas](#). Más recientemente, las teorías gauge se han empezado a estudiar en las dimensiones 7 y 8, para métricas con holonomía  $G_2$  y Spin (7). El estudio de teoría gauge en dimensión superior es un tema de gran actualidad y una creciente actividad. La Fundación Simons ha destinado recientemente [uno de sus prestigiosos proyectos](#) de colaboración a esta temática.

### Fibrados de Higgs

Los fibrados de Higgs son un caso particular de teoría gauge, y también nacen a partir de las ecuaciones de Yang Mills. Las soluciones a estas ecuaciones en derivadas parciales en dimensión cuatro (dimensión usual del espacio-tiempo) dan lugar a los llamados *instantones*. [Nigel Hitchin estudió instantones en  \$R\_4\$](#) , que son simétricos en traslaciones en dos direcciones. Estas ecuaciones se extienden del plano a objetos más sofisticados como superficies de Riemann, y son las llamadas [ecuaciones de Hitchin](#), que dan lugar a los *fibrados de Higgs*.

Imagen: ICMAT.



Imagen: ICMAT.

El trimestre temático de teoría de espacios de moduli acogió varios eventos científicos. En las fotos, a la izquierda, los asistentes al School and Workshop on Special Metrics and Gauge Theory, que tuvo lugar del 10 al 14 de diciembre de 2018 en el ICMAT; y a la derecha los participantes del School and Workshop on New Trends in Higgs Bundle Theory, celebrado del 12 al 16 de noviembre de 2018.

“El espacio de soluciones de estas ecuaciones es riquísimo. Tienen una conexión fundamental con el estudio de objetos topológicos, como la representación del grupo fundamental de una superficie”, explicaba Óscar García-Prada en un [artículo](#) de la revista *Notices* de la *American Mathematical Society*. Esta *representación* es una forma de expresar el grupo fundamental, que queremos entender, mediante matrices. “En general, no es fácil comprender las representaciones del grupo fundamental. Ante ello, se usan los fibrados de Higgs, un concepto de geometría algebraica que se remonta a las ecuaciones polinomiales que definen el espacio”, describe [Carlos Simpson](#) investigador en el Laboratoire J.-A. Dieudonné del CNRS y de la Universidad de Niza, uno de los ponentes plenarios en congreso [New Trends in Higgs Bundle Theory](#), que tuvo lugar en el ICMAT.

Imagen: ICMAT.



Carlos Simpson (Laboratoire J.-A. Dieudonné del CNRS y de la Universidad de Niza) fue uno de los ponentes plenarios en congreso New Trends in Higgs Bundle Theory, que tuvo lugar en el ICMAT.

Los fibrados de Higgs se manifiestan en diferentes formas: como soluciones a ciertas ecuaciones diferenciales; como objetos algebraicos que corresponden a representaciones y homomorfismos del grupo fundamental; como objetos de geometría algebraica, a espacios de moduli algebraicos que son útiles para definir invariantes de dimensión 3. “La [contribución fundamental de Nigel Hitchin](#) fue mostrar que se puede pasar de uno de estos objetos resolviendo cierta ecuación en derivadas parciales no lineal [llamada *ecuación de Hitchin*]”, afirma Simpson.

Esta correspondencia entre la topología y la geometría algebraica clásica es, según Simpson, la gran virtud de los fibrados de Higgs. “De esta forma, se pueden definir cosas usando las ecuaciones polinomiales y estudiar los espacios de moduli; o se puede parametrizar todos los posibles fibrados de Higgs para obtener una variedad algebraica, dada por ecuaciones polinomiales, y así poder aplicar las técnicas de geometría algebraica básica. Permite emplear técnicas de una dirección para probar cosas en la otra dirección y viceversa”, reconoce el matemático estadounidense, doctor por la Universidad de Harvard, que ha ocupado cátedras en la Universidad de Toulouse III y en la de Niza.

## Simetría espejo

En cuatro dimensiones, las partículas elementales tienen asociado un cierto *spin* (una dirección de rotación o la contraria); si imaginamos un mundo en el que rotaran en la otra dirección, este sería, por tanto, simétrico del primero. “Resulta que esta dirección de rotación depende del espacio escogido en la teoría. La [teoría de la simetría espejo](#) afirma que las dos opciones de espacios estarían emparejadas de alguna manera. Al comienzo parecía muy

poco probable, pero después se [generaron clases de ejemplos lo suficientemente grandes](#), y actualmente parece que esta realidad “emparejada” es cierta”, explica [Philip Candelas](#), catedrático en la Universidad de Oxford y quien impartió la conferencia “[The zeta-function for one-parameter families of Calabi-Yau manifolds](#)” en el congreso-escuela “[Special Metrics and Gauge Theory](#)”.

“Algunas propiedades de estos espacios son difíciles de calcular para uno de los gemelos, pero fácil para el otro. Usando la simetría espejo se puede asumir que es más o menos la misma en ambos, y estudiarla en el caso sencillo”, prosigue el investigador. Lo cierto es que es una teoría especulativa, los matemáticos están todavía tratando de demostrarla. “Muchas de las pruebas disponibles están basadas en experimentos físicos, que carecen del rigor matemático”, puntualiza [Xenia de la Ossa](#), también catedrática en Oxford y ponente en el congreso.



La teoría de espacios de moduli posee profundas conexiones con la teoría de cuerdas, la teoría cuántica de campos, y otros campos de la física teórica

En cualquier caso, en el camino se han desarrollado matemáticas interesantes. “La idea de simetría espejo se ha extendido a otras estructuras de la teoría de cuerdas, como las branas”, asegura De la Ossa. Simpson pone un ejemplo: “ahora mismo nos preguntamos si la fibración de Hitchin para un grupo y la fibración de Hitchin para el grupo dual de Langlands deben ser simétricas entre sí.” [El programa geométrico de Langlands](#) afirma que debe existir una identificación entre los sistemas locales en las curvas de las representaciones del grupo fundamental de la curva en un grupo dual de Langlands. “Recientemente se han publicado trabajos que intentan comprender esta dualidad a través de la simetría espejo”.

“La simetría espejo se descubrió en teoría de cuerdas, al observar que dos espacios Calabi-Yau con diferentes topologías podían dar lugar a la misma teoría superconforme de campos”, explica Mario García-Fernández. En matemáticas, esta identificación entre teorías físicas se manifiesta geoméricamente a través de los espacios de moduli. “Si dos espacios Calabi-Yau  $X$  e  $Y$  son espejo el uno del otro, entonces el espacio de moduli que parametriza las deformaciones complejas de  $X$  se identifica con una corrección cuántica del espacio de moduli que parametriza las deformaciones métricas de  $Y$ ”, prosigue.

Esto permite, de nuevo, estudiar ciertos problemas de manera más sencilla. “Mientras que el espacio de moduli complejo se puede describir en términos de geometría algebraica clásica, las *correcciones cuánticas* del espacio de moduli métrico requieren el uso de potentes técnicas de geometría enumerativa”, afirma García-Fernández. Este hecho ha dado lugar, por ejemplo, a la [teoría moderna de invariantes de Gromov-Witten](#), que cuentan 2-esferas compatibles con la estructura compleja en una Calabi-Yau.

ENTREVISTA: Entrevista a Xenia de la Ossa y Philip Candelas, investigadores de la Universidad de Oxford, colaboradores y matrimonio

## Xenia de la Ossa: "Es habitual el cuestionamiento de mi autonomía como investigadora"

Imagen: ICMAT.



Xenia de la Ossa y Philip Candelas (Universidad de Oxford) fueron ponentes de la School and Workshop on Special Metrics and Gauge Theory.

**Laura Moreno Iraola y Ágata Timón García-Longoria.** Xenia de la Ossa (Universidad de Oxford) y Philip Candelas (Universidad de Oxford), colaboradores científicos y matrimonio, han trabajado a caballo entre la física y las matemáticas desde el inicio de sus carreras. En la actualidad, ambos investigan en el campo de la geometría algebraica y sus interacciones con la física, en especial, en teoría de cuerdas. Charlamos con los dos en su última visita al ICMAT, donde fueron ponentes de la actividad School and Workshop on Special Metrics and Gauge Theory, celebrada el pasado mes de diciembre como clausura del trimestre temático en espacios de moduli que tuvo lugar en el Instituto entre los meses de septiembre y diciembre.

### ¿Cómo empezó vuestra relación con las matemáticas?

**X:** De niña nunca tuve problemas con las matemáticas, me gustaban, pero no me imaginaba dedicándome a ello. Incluso cuando empecé en la universidad, no pensaba que iba a terminar haciendo Física y Matemáticas porque me matriculé en Biología en Guatemala. El primer año me gustaron mucho los cursos de Física y Matemáticas, allí vi de lo que trataban estas disciplinas, gracias a los buenos maestros que tuve, y me cambié a la carrera de Física. Años más tarde, estudié el doctorado en lo mismo. Las matemáticas fueron entrando poco a poco, a través de la investigación.

**P:** Supongo que en la escuela, no muy temprano, con unos quince años me empezaron a gustar especialmente las ma-

temáticas, y terminé estudiándolas en Cambridge. Dentro de esta carrera existe la posibilidad de escoger Física teórica y por este camino me decanté. Más tarde, fui a Oxford a hacer el doctorado y allí empecé a hacer investigación. Siempre estuve en el lado matemático de la física, sobre todo cuando me especialicé en teoría de cuerdas, cuya sofisticación requirió que me hiciera aún más matemático.

**¿Cómo fue su primer contacto con la investigación en matemáticas?**

**X:** Fue cuando hice el máster en Costa Rica. Tuve un supervisor muy bueno, con el que empecé a investigar. De hecho, publicamos juntos un artículo. Luego ya empecé mi doctorado y seguí trabajando en ello.

**Sus principales contribuciones relacionan la física teórica, en concreto, la teoría de cuerdas, con la geometría algebraica. ¿Cómo llegaron hasta ahí? ¿Por qué se interesaron por este campo?**

**X:** No solo con la geometría algebraica, sino con la geometría en general que aparece en la teoría de cuerdas. Yo fui aprendiendo matemáticas poco a poco, con las preguntas que aparecen en la teoría de cuerdas. Por ejemplo, según la teoría, el espacio cuenta con 10 dimensiones, pero es necesario obtener teorías en cuatro dimensiones. Por tanto, debe existir un espacio interno, que tiene que ser pequeño, cuyas propiedades tienen un impacto enorme en las propiedades de la física de 4 dimensiones. Hay un diccionario muy bonito entre las propiedades matemáticas de este espacio interno y la física; por ejemplo, la forma del espacio interno tiene que ver con cuántas partículas hay en la teoría. Estos espacios internos se pueden deformar y uno de ellos describe las cantidades físicas en cuatro dimensiones. Ciertas estructuras matemáticas tienen un significado en la teoría física. También existen otros parámetros más escondidos.

“Por ejemplo, según la teoría el espacio cuenta con 10 dimensiones, pero es necesario obtener teorías en cuatro dimensiones. Por tanto, debe existir un espacio interno, que tiene que ser pequeño, cuyas propiedades tienen un impacto enorme en las propiedades de la física de 4 dimensiones”

**¿Cuál es el papel de la geometría algebraica en todo esto?**

**X:** La geometría algebraica es una manera de estudiar espacios explícitamente. Por ejemplo, un círculo se puede describir como una ecuación cuadrática en un plano. En otras dimensiones es posible describir espacios muy complicados dando polinomios en espacios ambientes. La topología del espacio puede ser muy complicada, puede tener huecos, contorsiones que dicen algo de la física.

**¿Cómo es ser un matrimonio que se dedica a la investigación en matemática y que además colabora?**

**X:** Puede ser algo muy ruidoso, surgen muchas discusiones. La diferencia con un colega es que uno habla de esto a todas horas. Nuestras hijas se burlaban de nosotros.

**P:** Porque nos sentábamos a cenar y seguíamos hablando del problema en el que estábamos trabajando.

**X:** Pero aparte de esto, es como trabajar con otro colega. Cada uno tiene sus colaboraciones, pero siempre estamos escribiendo algo juntos.

**¿Han notado alguna vez que se le suele dar más peso al trabajo de Candelas que al de De la Ossa por el hecho de que ella es mujer?**

**X:** Sí, es algo común, sobre todo el continuo cuestionamiento de mi autonomía, hasta la fecha actual. Por otro lado, la gente da charlas y habla de nuestro trabajo nombrándolo solo como de Philip, incluso cuando estoy yo sentada delante. A día de hoy sigue sucediendo. Philip lo nota también, y es duro y difícil de combatir.

**(De la Ossa) ¿Forma parte de alguna asociación o suele colaborar en reuniones o congresos dedicados a defender la igualdad en matemáticas?**

**X:** En mi trabajo diario estoy siempre pendiente de que no se deje a las mujeres de lado. Aunque seamos pocas, no se pueden justificar programas de conferencias científicas en los que todos los ponentes sean hombres, algo que muchas veces es un sesgo inconsciente. Por mi parte, trato de contrarrestar esta situación en lo que puedo, en el trabajo diario. También he organizado conferencias de mujeres en la intersección de física y matemáticas. La idea es crear contactos entre otras mujeres, discutir estos temas y ver qué se puede hacer.

**¿Cuál es la situación actual de las mujeres matemáticas? ¿Ha notado algún cambio desde que era estudiante?**

**X:** Creo que hay más conciencia ahora sobre el tema. Pero no he notado una mejoría, no hay más mujeres, no siento que la situación sea diferente.

**¿Con qué iniciativas creen que se podría lograr una igualdad real?**

**X:** Es un tema muy difícil. Realmente no sabría qué decir, aparte de este continuo trabajo de evitar la discriminación en tu día a día. No solo por género, también por raza.

**P:** Con divulgación como en la actualidad, con numerosas iniciativas se está intentando persuadir a mujeres más jóvenes para que se inclinen hacia la carrera investigadora.

**X:** Sí, y no solo hacia niñas, también a niños que tengan alguna desventaja. Eso sí ha mejorado, aunque no sé si la situación ha cambiado mucho a pesar de eso. No tengo estadísticas, pero por lo que hablo con otras mujeres, muchas de ellas, también jóvenes, sí comparten un sentimiento de discriminación actual. Ocurre con nuestras propias hijas.

De la Ossa: “En mi trabajo diario estoy siempre pendiente de que no se deje a las mujeres de lado. Aunque seamos pocas, no se pueden justificar programas de conferencias científicas en los que todos los ponentes sean hombres”

CUESTIONARIO ICMAT: Frances Kirwan

“En el ICMAT hay un excelente ambiente para la investigación matemática”

Imagen: ICMAT.



Frances Kirwan (Universidad de Oxford) es miembro del Comité Científico Externo del ICMAT.

**Frances Kirwan (Universidad de Oxford), miembro del Comité Científico Externo del ICMAT, es una de las mayores especialistas en geometría algebraica y simpléctica. En concreto, sus campos de investigación son los espacios de moduli y la teoría de invariantes geométricos y su conexión con la geometría simpléctica. Kirwan es catedrática de la Universidad de Oxford y la primera mujer Savilian Professor en dicho centro. Realizó sus estudios en matemáticas en el *Clare College* de Cambridge, y su doctorado en la Universidad de Oxford bajo la supervisión del recientemente fallecido medallista Fields Michael Atiyah. Ha obtenido numerosos reconocimientos a lo largo de su carrera profesional, como ser elegida miembro de la Royal Society y ser la segunda presidenta de la London Mathematical Society (2003 a 2005).**

**Su última visita al ICMAT fue como ponente de la actividad *Group actions in algebraic and symplectic geometry*, dentro del trimestre temático en espacios de moduli que tuvo lugar en el Instituto entre los pasados meses de septiembre y diciembre.**

**Laura Moreno Iraola**

**¿Por qué decidió estudiar matemáticas?**

En el colegio me interesaban otras asignaturas aparte de matemáticas, como historia, pero era consciente de que podía seguir formándome en ellas por mi cuenta, mientras que en matemáticas no iba a poder hacerlo, a no ser que la estudiara en la universidad.

**Además de matemáticas, ¿qué otras actividades le gustan hacer?**

Leer y dar largos paseos por el campo.

**¿Cómo fue su primer encuentro con la investigación en matemáticas? ¿Cómo llegó al campo de la geometría algebraica y simpléctica?**

Fue cuando estaba en mi último año de universidad, elegí como tema de mi trabajo de fin de carrera convergencias uniformes locales. Martin Hyland supervisó este ensayo y me sugirió entonces que hiciera un doctorado en geometría algebraica.

**Su director de tesis fue Michael Atiyah, ¿cómo se convirtió en su estudiante?**

Lo conocí en mi último año en Cambridge, fui a Oxford a visitar a mis padres y allí me lo encontré. Estuve hablando con él sobre mi futuro, porque en ese momento tenía dudas entre ir a Estados Unidos a estudiar el doctorado o quedarme. Me dijo que si finalmente me quedaba en Oxford pusiera su nombre en el formulario de inscripción y fue lo que hice.

**Si pudiera discutir durante una hora con un científico, ¿a quién elegiría y qué discutiría?**

Eratóstenes, antiguo matemático griego que calculó la circunferencia de la Tierra con una precisión increíble en el siglo III antes de Cristo. Hablaría con él sobre sus cálculos, incluyendo los relacionados con la inclinación del eje de la Tierra y la distancia posible entre la Tierra y el Sol. Además, le preguntaría cómo realizó los mapas del mundo con los paralelos y los meridianos.

**¿Está trabajando actualmente en algún artículo?**

Sí, en varios. Uno de ellos es sobre la teoría de Morse.

**Su última visita al ICMAT fue para asistir como ponente a una de las actividades organizadas dentro del trimestre temático en espacios de moduli y para impartir el coloquio “Moduli spaces of unstable curves”. Los espacios de moduli se han convertido en uno de los campos de investigación más activos de las últimas décadas, ¿en qué consiste?**

Los espacios de moduli se utilizan a la hora de clasificar problemas en geometría, y uno de los principales objetivos es entender mejor cómo clasificar los diferentes tipos de objetos geométricos.

**Usted es miembro del Comité Científico Externo del ICMAT, ¿qué es lo que más destacaría del Instituto?**

Yo creo que lo fundamental es que hay un excelente ambiente para la investigación matemática.

**Fue coordinadora de EWM (European Women in Maths, asociación internacional de mujeres que trabajan en el campo de las matemáticas en Europa) en 2008, ¿cómo entró a formar parte de ella?**

Llegué a través de la matemática inglesa Caroline Series, una de las fundadoras de EWM. Cuando fui coordinadora la asociación estaba pasando por ciertas dificultades, pero ahora está creciendo. Casualmente, acudí a una reunión de EWM en Graz (Austria) un par de semanas antes de mi última visita al ICMAT.

**Bajo su punto de vista, ¿cuál es la situación actual de las mujeres en matemáticas? ¿Hay alguna diferencia respecto a los años en los que era estudiante e investigadora postdoctoral?**

Creo que las cosas están mejorando. Personalmente, yo no tuve ninguna dificultad por el hecho de ser mujer cuando estudiaba en Oxford. Allí, por razones históricas relacionadas con los colegios mayores de mujeres y el sistema de relaciones

entre los departamentos y las universidades, cuando comencé mis estudios había alrededor de diez mujeres con un puesto permanente en el departamento de matemáticas. Sí es cierto que las posiciones postdoctorales en la actualidad son menos estables. Cuando yo empecé, necesitabas tener mucha suerte para encontrar un puesto de este tipo, pero una vez que lo tenías las posibilidades de conseguir un contrato permanente eran muy altas. Actualmente, los matemáticos y matemáticas tienen que pasar de una posición postdoctoral a otra antes de conseguir un puesto permanente, lo que implica tenerse que cambiar de institución y país, algo que puede generar dificultades a la gente con familia.

“Los espacios de moduli se utilizan a la hora de clasificar problemas en geometría, y uno de los principales objetivos es entender mejor cómo clasificar los diferentes tipos de objetos geométricos”

**Desde su experiencia, ¿qué actividades cree que ayudan a solventar este problema de desequilibrio de género?**

Ojalá lo supiera.

**¿Suele participar en reuniones, charlas o comités referidos a esta problemática? ¿De qué manera?**

He formado parte de EWM y he participado en actividades organizadas por la London Mathematical Society, por ejemplo, animando a las estudiantes a que se decanten por las matemáticas en sus últimos años de instituto y a la hora de elegir carrera.

Imagen: ICMAT..



Frances Kirwan durante el coloquio que impartió el pasado mes de octubre.

## RESEÑA CIENTÍFICA: Resuelta una conjetura de Guth sobre el problema de Kakeya en variedades algebraicas

**Título original:** “On the polynomial Wolff axioms”.

**Autores:** Nets H. Katz (California Institute of Technology) y Keith M. Rogers (ICMAT)

**Fuente:** *Geometric and Functional Analysis*, 28 (6), pp 1706-1716

**Fecha publicación (online):** 14 de septiembre de 2018

**Link:** <https://link.springer.com/article/10.1007/s00039-018-0466-7>

El análisis de Fourier describe el proceso de descomponer una señal en sus frecuencias para después recomponer la señal a partir de estas. Es una herramienta extremadamente útil en matemáticas, física y tecnología. Por ejemplo, para almacenar y enviar archivos de sonido de manera más eficiente. El oído humano no es capaz de escuchar frecuencias muy altas o muy bajas, por lo que estas pueden desecharse antes de almacenar la transformada de Fourier de una señal, y así ahorrar memoria. Para reproducir de nuevo el sonido, se recompone la señal sumando los términos de la serie.

Desafortunadamente el proceso no es infalible, y no siempre es cierto que al sumar las frecuencias de nuevo la señal resultante suene igual que la original. Que las series de Fourier, en el espacio  $R^n$  con  $n \geq 2$ , converjan a la señal original o no, está relacionado con si ciertos tubos con posiciones arbitrarias, pero con direcciones separadas, pueden solaparse *mucho* o no. Esto se debe a que la señal se puede descomponer todavía más en paquetes de ondas que esencialmente residen en estos tubos. Aunque puede haber cancelación cuando se suman estos paquetes de ondas, el principal problema, ignorando la oscilación, es el del solapamiento.

El grado de solapamiento es lo que precisamente cuantifica la *conjetura de Kakeya*. Charles Fefferman encontró en 1971 la primera conexión entre las series de Fourier y la conjetura de Kakeya, en lo que fue un trabajo seminal [6]. Esta conexión se profundizó en trabajos de Jean Bourgain [1] en 1991 y Terence Tao [13] en 1999. Sin embargo, la conjetura de Kakeya ha sido estudiada muchos años antes. El problema, como se consideró inicialmente en 1917, era determinar cómo de grande ha de ser un conjunto, para que un segmento de línea pueda girar continuamente en su interior, apuntando en todas las direcciones posibles, hasta volver a su posición de origen. Sorprendentemente, hay conjuntos que satisfacen esta propiedad con medida de Lebesgue (es decir, área o volumen) arbitrariamente pequeña. De hecho, hay *conjuntos Kakeya* (conjuntos que contienen un segmento de línea en todas las direcciones posibles) con medida cero.

No obstante, hay conjuntos de medida cero más pequeños que otros. Por ejemplo una línea en  $R^n$  es claramente más pequeña que un plano, dado que la línea es unidimensional, mien-

tras que el plano es bidimensional. La conjetura insiste en que un *conjunto Kakeya* debe tener dimensión  $n$ , lo que quiere decir que, aunque pueden tener medida cero, no pueden ser más pequeños que eso.

La conjetura de Kakeya en  $R^2$  fue resuelta por Antonio Córdoba [3] y Roy Davies [4] en los años setenta del siglo pasado (las versiones oscilatorias del problema fueron resueltas por Charles Fefferman [5], Lennart Carleson y Per Sjölin [2]). Para dimensiones mayores, sin embargo, la conjetura ha resistido los esfuerzos de la comunidad del análisis armónico desde entonces.

Ahora, en [11], Nets Katz y Keith Rogers han demostrado una formulación débil de la conjetura en más dimensiones, al asumir que los segmentos de línea tienen una estructura algebraica adicional. Primero se discretiza el problema, de tal forma que el ángulo entre dos segmentos de línea sea mayor que  $1/x$ , donde  $x$  es un número grande. Si suponemos que los segmentos de línea se hallan todos en la superficie de un cono bidimensional en  $R^3$ , es fácilmente deducible que no puede haber más de un múltiplo constante de  $x$  segmentos de línea. En [11], se demostró la acotación correcta para cualquier variedad algebraica real de cualquier dimensión, lo cual confirmó una conjetura de Larry Guth [7]. Se probó además una versión generalizada que considera conjuntos semialgebraicos en lugar de variedades algebraicas, solucionando un problema propuesto por Guth y Joshua Zahl [8].

Por otra parte, en [9], Jonathan Hickman y Rogers demostraron que, si un conjunto Kakeya no tiene ninguna estructura algebraica, en ese caso la conjetura de Kakeya también es cierta. Ahora, con un delicado equilibrio entre esto último y el resultado de [11], también demuestran que los conjuntos Kakeya no pueden ser muy pequeños, incluso cuando los conjuntos tienen una carga intermedia de estructura algebraica. Para ciertas dimensiones ambientales  $n$ , el argumento mejora las acotaciones previamente conocidas (obtenidas por Katz y Tao [12] por un lado y Wolff [14] por otro) para la dimensión de un conjunto Kakeya cualquiera. En [10], también se logró progreso para una de las versiones oscilatorias del problema.

### REFERENCIAS

- [1] J. Bourgain, Besicovitch-type maximal operators and applications to Fourier analysis, *Geom. Funct. Anal.* **22** (1991), 147–187.
- [2] L. Carleson and P. Sjölin, Oscillatory integrals and a multiplier problem for the disc, *Studia Math.* **44** (1972), 287–299.
- [3] A. Córdoba, The Kakeya maximal function and the spherical summation multipliers, *Amer. J. Math.* **99** (1977), 1–22.
- [4] R.O. Davies, Some remarks on the Kakeya problem, *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **69** (1971), 417–421.
- [5] C. Fefferman, Inequalities for strongly singular convolution operators, *Acta Math.* **124** (1970), 9–36.
- [6] C. Fefferman, The multiplier problem for the ball, *Ann. of Math.* **94** (1971), 330–336.
- [7] L. Guth, Restriction estimates using polynomial partitioning II, *Acta Math.* **221** (2018), 81–142.
- [8] L. Guth and J. Zahl, Polynomial Wolff axioms and Kakeya-type estimates in  $\mathbb{R}^4$ , *Proc. Lond. Math. Soc.* **117** (2018), 192–220.
- [9] J. Hickman, K.M. Rogers, New Kakeya estimates using the polynomial Wolff axioms, *arXiv:1901.01802*.
- [10] J. Hickman and K.M. Rogers, Improved Fourier restriction estimates in higher dimensions, *arXiv:1807.10940*.
- [11] N.H. Katz and K.M. Rogers, On the polynomial Wolff axioms, *Geom. Funct. Anal.* **28** (2018), 1706–1716.
- [12] N.H. Katz and T. Tao, New bounds for Kakeya problems, *J. Anal. Math.* **87** (2002), 231–263.
- [13] T. Tao, The Bochner–Riesz conjecture implies the restriction conjecture, *Duke Math. J.* **96** (1999), 363–375.
- [14] T. Wolff, An improved bound for Kakeya type maximal functions, *Rev. Mat. Iberoamericana* **11** (1995), 651–674.

## RESEÑA CIENTÍFICA: Soluciones globales para la ecuación quasi-geostrófica superficial

**Título original:** "Global smooth solutions for the inviscid SQG equation"

**Autores:** Ángel Castro, Diego Córdoba y Javier Gómez-Serrano

**Fuente:** *Memoires of the American Mathematical Society*

**Fecha publicación (online):** In press

**Link:** <https://arxiv.org/abs/1603.03325v3>

La ecuación quasi-geostrófica superficial (SQG) fue, en principio, pensada para modelar el movimiento de grandes masas de aire en la atmósfera y en particular la frontogénesis, la formación de frentes de aire frío y caliente. Se trata de una ecuación que reduce la dinámica de los fluidos de tres a dos dimensiones, al eliminar la altura y trabajar sobre un plano – en este caso la superficie de la Tierra, tomada en una pequeña región de forma que pueda despreciarse la curvatura. La ecuación se da en función de la temperatura. Se trata de una ecuación de evolución: si se dan unas condiciones iniciales de temperatura para un tiempo inicial, resolver la ecuación da por resultado la temperatura en tiempos posteriores. Una vez conocida la temperatura se puede resolver cuál será el movimiento del flujo. En el artículo [1], el estudio se ha realizado sobre todo el plano, pero también hay trabajos que consideran regiones acotadas.

Pese a la utilidad que la ecuación SQG tiene en otras ciencias, no es esta la característica que ha incitado a los autores a su estudio. Peter Constantin, Andrew Majda y Esteban Tabak advirtieron, en [2], que la estructura de la ecuación es similar a la de la ecuación de Euler para un fluido incompresible. De hecho, tanto en la ecuación 3D de Euler en la formulación de vorticidad como en la ecuación para el gradiente de la temperatura en SQG aparecen un término de transporte, con una velocidad dada por un operador de grado -1 en derivadas y un término cuadrático que involucra integrales singulares. Sin embargo, la ecuación de Euler considera la evolución de un vector de tres componentes en 3 dimensiones y SQG con un escalar en dos dimensiones, siendo, por tanto, esta última más fácil de manejar. A su vez la ecuación de Euler es un caso límite de la ecuación de Navier-Stokes en el que se toma la viscosidad del fluido igual a cero. El gran problema en mecánica de fluidos es saber si las soluciones de Navier-Stokes son globalmente regulares o si, por contra, desarrollan singularidades en tiempo finito. Esta cuestión no ha sido resuelta ni para las ecuaciones de Navier-Stokes ni para la ecuación de Euler. Constantin, Majda y Tabak estudiaron la ecuación SQG con el fin de obtener mayor conocimiento de la ecuación de Euler, y los autores del artículo han seguido sus pasos. Al buscar singularidades en la ecuación SQG, podríamos entender mejor los mecanismos que rigen el comportamiento de la ecuación de Euler.

Hasta la publicación del artículo se conocía que la ecuación SQG se mantenía suave para un intervalo corto de tiempo, indepen-

dientemente de las condiciones iniciales, pero los únicos ejemplos conocidos en el que las soluciones se mantenían suaves para todo tiempo eran las soluciones estacionarias triviales, cuando la temperatura está dada por cualquier función radial.

En el artículo [1], los autores han demostrado que existen familias de condiciones iniciales tales que la solución es suave para todo tiempo, sin desarrollo de ninguna singularidad. Dichas soluciones consisten en una rotación global con velocidad angular constante de la temperatura. Para lograr la demostración, se ha reducido de forma analítica el problema a comprobar una condición abierta, que posteriormente se ha probado de forma rigurosa mediante pruebas asistidas por ordenador empleando aritmética de intervalos.

La parte analítica está basada en la aplicación del teorema de Crandall-Rabinowitz, que conlleva el estudio del espectro del operador dado por la linealización de la ecuación SQG. Es este estudio el que obliga a obtener ciertas cotas de los auto-valores del operador lineal, los cuales, modulo pequeños errores que pueden estimarse con papel y boli, vienen dados por expresiones enormes, pero explícitas, y es en la obtención de estas cotas donde se usa el ordenador. La filosofía de la aritmética de intervalos es la siguiente: un ordenador no puede dar de forma rigurosa el resultado de cualquier operación porque en su registro solo dispone de un número finito de números. Sin embargo, con ese registro de números sí puede trabajar con un número finito de intervalos que cubran una parte grande de la recta real y con esos intervalos puede ofrecer estimaciones rigurosas de operaciones complejas. Por ejemplo, para sumar dos valores A y B se puede introducir en el ordenador un intervalo I, en el que estará A, y un intervalo J, en el que está B, y ejecutar la suma de I más J. Como resultado, producirá un intervalo K, en el que se sabe, con rigor, que está el valor de A+B. Si el intervalo K es lo suficientemente pequeño, se obtendrá una buena estimación.

### REFERENCIAS

[1] A. Castro, D. Córdoba y J. Gómez-Serrano. Global smooth solutions for the inviscid SQG equation. <https://arxiv.org/abs/1603.03325v3>

[2] P. Constantin, A. J. Majda, y E. Tabak. Formation of strong fronts in the 2-D quasigeostrophic thermal active scalar. *Nonlinearity*, 7(6):1495–1533, 1994

SHE DOES MATHS: Makrina Agaoglou

## Matemáticas para proteger los océanos

Imagen: Makrina Agaoglou.



Makrina Agaoglou es investigadora postdoctoral en el ICMAT.

**Makrina Agaoglou (Tesalónica, 1986) se doctoró en Matemáticas Aplicadas en la Universidad Aristóteles de Tesalónica en el año 2015, con una tesis titulada *Bifurcation and Stability of Periodic Solutions in Nonlinear Lattices with Analytical Methods*, realizada bajo la supervisión de Vassilis Rothos. Desde enero de 2016 ha tenido contratos postdoctorales en la Universidad de Massachusetts en Amherst, la Universidad Aristóteles en Tesalónica y el Instituto Matemático de la Academia Eslovaca de las Ciencias en Bratislava. Desde 2018 es investigadora postdoctoral en el ICMAT bajo la supervisión de Ana María Mancho.**

**Campos de investigación:**

Sistemas dinámicos, ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales, ondas no lineales, solitones, caos, dinámica de fluidos, formación de patrones, caos, teoría de bifurcaciones.

**Javier Fuertes.** Cuando el buque pesquero Oleg Naydenov se incendió en 2015 cerca de Gran Canaria, cargado con 1400 toneladas de fuel, la gestión de la crisis le costó al estado español 43 millones de euros. Este tipo de incidentes se podrían manejar de mejor manera si tuviéramos una mejor comprensión de flujos geofísicos y, concretamente, de los procesos de transporte y mezcla de diversos medios en el océano. Las matemáticas, y en concreto los sistemas dinámicos y las técnicas computacionales, son unas herramientas clave para ello. Makrina Agaoglou investiga en el ICMAT en este tipo de desarrollos, que también se podrían aplicar al estudio de la dispersión de plásticos y desechos, proliferaciones de algas, nutrientes y calor; entre otros problemas de gran relevancia y peso económico para las administraciones públicas de las zonas costeras, organizaciones de protección ambiental, autoridades portuarias e industrias.

En concreto, Agaoglou desarrolla métodos matemáticos que permiten predecir nuevos datos de interés de sistemas físicos, como la velocidad de propagación de partículas entre células o una mejor comprensión de los diferentes tipos de láser. Se ha especializado en sistemas dinámicos teóricos y computacionales, y en el análisis aplicado al estudio de ondas

no lineales en ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales. Agaoglou ha trabajado también en sistemas de reacción-difusión, que sirven para modelizar la formación de patrones en la naturaleza, por ejemplo, en la pigmentación de diversos animales y otros procesos biológicos como la angiogénesis tumoral o la dinámica de los nefrones en el riñón; o en el estudio de la ecuación Klein-Gordon y las ecuaciones de Schrödinger no lineales, aplicadas a la modelización de sistemas ópticos no lineales y la física de materia condensada.

Además de su investigación matemática, Agaoglou también está interesada en aspectos sociales de la ciencia. Junto con Patricia Contreras Tejada, investigadora también del ICMAT, Makrina ha sido organizadora de WOMAT, la asociación de mujeres investigadoras en matemáticas en Madrid, cuyo objetivo es la creación de una comunidad matemática más inclusiva que ponga de relieve el papel femenino en la investigación. La primera reunión de la asociación se celebró el 10 de diciembre de 2018 en el ICMAT. Desde entonces, el primer lunes de cada mes, matemáticas del Instituto y de las universidades madrileñas se reúnen en torno a un café para compartir ideas, proyectos e inquietudes en un ambiente distendido.

PERFIL: Diego Alonso Orán, estudiante predoctoral en el ICMAT

“La investigación es un carrusel, con altibajos y aprendizaje continuo”

Imagen: Diego Alonso Orán.



Diego Alonso Orán investiga el comportamiento de las soluciones de la ecuación cuasi-geostrófica superficial en el ICMAT.

**Diego Alonso Orán (Santa Cruz de Tenerife, 1991) llegó hace cuatro años al ICMAT tras haber cursado el máster en Matemáticas y Aplicaciones en la Universidad Autónoma de Madrid, lo que le abrió las puertas a la investigación y le permitió entrar en contacto con el Instituto. En el mes de abril defenderá su tesis sobre el comportamiento de las soluciones de la ecuación cuasi-geostrófica superficial, que ha realizado bajo la supervisión de Antonio Córdoba (ICMAT-UAM).**

**Laura Moreno Iraola.** Diego Alonso Orán acaba de defender su tesis doctoral. Ha pasado los últimos cuatro años investigando el comportamiento de las soluciones de la ecuación cuasi-geostrófica superficial en el ICMAT, bajo la supervisión de Antonio Córdoba (director del Instituto y catedrático de la Universidad Autónoma de Madrid). En concreto, esta ecuación se utiliza para modelar ciertos fenómenos atmosféricos como la formación de frentes singulares (frontogénesis), dentro de un campo de investigación muy activo, el de la mecánica de fluidos incompresibles. Presume de su relación con Córdoba, con el que además de las matemáticas, comparte pasión por la música y del que destaca su cercanía. “Poder hablar con él, discutir sobre matemáticas y la vida en general es un privilegio”, confiesa.

Su pasión por las matemáticas le viene de familia. Su padre es profesor de matemáticas y desde muy pequeño le inculcó el amor por la disciplina. Aunque en un principio se sentía atraído por la ingeniería, terminó dándose cuenta de que le gustaba especialmente su componente matemática. Estudió Matemáticas en la Universidad de La Laguna, de donde guarda buenos recuerdos y amigos con los que pasaba clases de

Álgebra o Teoría de Números, alternadas con partidas de ajedrez y mus en la cantina.

Al terminar la carrera se trasladó a Madrid para estudiar el máster en Matemáticas y Aplicaciones de la UAM, momento en el que decidió decantarse por la mecánica de fluidos. Su Trabajo Fin de Máster estuvo dirigido por Diego Córdoba, investigador y director científico del Proyecto Severo Ochoa del ICMAT. Asegura que esta última etapa fue decisiva para dirigir su carrera profesional hacia la investigación; le permitió leer por primera vez artículos científicos, estar en contacto con el Instituto y sus miembros e ir a congresos y seminarios. Así fue como descubrió que disfrutaba con ello. Tras esto, comenzar una tesis doctoral fue un paso natural, asegura.

Alonso ha pasado la mayor parte del último año, y lo que llevamos de este, viajando de una universidad a otra. Tras realizar una estancia en el Courant Institute of Mathematical Sciences de Nueva York, donde trabajó con [Vlad Vicol](#), se trasladó a la Universidad de Bonn (Alemania). Allí pasó tres meses colaborando con [Juan José Velázquez](#), antiguo miembro del ICMAT, hasta que volvió a Madrid para terminar y defender su tesis este mes de abril.

El matemático define el mundo de la investigación como un “carrusel” en el que se pasa por momentos buenos y difíciles, pero que te da acceso a nuevos lugares y a aprender constantemente. Así le sucede en la actualidad, ya que compagina su tesis doctoral con el estudio de un campo nuevo para él: las ecuaciones en derivadas parciales estocásticas, un trabajo que realiza con dos estudiantes de doctorado del Imperial College de Londres.

¿Y en un futuro cómo se ve? “A corto plazo, me gustaría seguir en la investigación, dentro o fuera de España, pero a medio, largo plazo no lo tengo claro porque soy consciente de que conseguir una estabilidad en este ámbito es complicado”, concluye Alonso.

ENTREVISTA: Entrevista a Ali Nesin, último ganador del Premio Leelavati de divulgación matemática

## “En el Nesin Math Village se mezclan el aprendizaje y la vida cotidiana”

Imagen: Burak Barutçu.



Ali Nesin obtuvo el premio Leelavati por el desarrollo del Nesin Mathematics Village.

Ali Nesin, profesor de la Universidad Bilgi y **galardonado con el premio de divulgación matemática de la Unión Matemática Internacional en agosto de 2018**, dio un giro a su vida en 1995. Tras el fallecimiento de su padre, el célebre escritor Aziz Nesin, regresó a Turquía desde EE UU, donde era profesor en la Universidad de California en Irvine, para ocuparse de la **Fundación Nesin**. Entonces la organización se dedicaba a proporcionar acceso a la educación a niños de familias con dificultades económicas. Al mismo tiempo, la Universidad Bilgi, en Estambul, le ofreció la dirección de su departamento de matemáticas, y ambas tareas parecieron encajar a la perfección: la visión de la educación como valor de futuro de la fundación, y la posibilidad de formar a una nueva generación de matemáticos que pudieran “cambiar el futuro de Turquía” desde la universidad.

Estas dos ideas se fusionaron en el Nesin Mathematics Village, un lugar diseñado para que personas de diversas edades se reúnan para compartir y aprender matemáticas. En construcciones de roca, entre olivares, apenas a unos kilómetros de las ruinas de Éfeso (Turquía), el espacio empezó siendo una alternativa a las costosas escuelas de verano en las que Nesin pretendía dar a sus estudiantes universitarios el nivel necesario para situarse en la comunidad internacional, pero tras estos años, se ha convertido en un lugar de encuentro y comunión para los amantes de las matemáticas de todas las edades. Pudimos hablar con él sobre el proyecto a su regreso del Congreso Internacional de Matemáticos de Río de Janeiro, donde ha recibido el premio Leelavati.

**Ágata Timón García-Longoria**

### ¿Cómo surgió la idea de crear el Nesin Mathematics Village?

Fue una necesidad, más que una idea. Organicé escuelas de verano durante diez años, que duraban alrededor de dos meses. El primer año eran solo para mis alumnos, pero a partir del segundo decidimos abrir la oferta a todos los estudiantes universitarios, graduados o no graduados. Fueron un gran éxito, pero se hacían cada vez más caras, debido al turismo. Además no siempre estábamos muy contentos con la ubicación, así que se me ocurrió la idea de tener nuestro propio lugar. Al principio la idea era conseguir un lugar modesto, pero, desafortunadamente, mi amigo Sevan Nisanyan, nuestro “arquitecto”, no pudo edificar un espacio barato y lo hizo por todo lo alto.

### Tuvieron grandes dificultades en los comienzos del proyecto, ¿no es así?

Sí, fueron tiempos terribles. Venían los gendarmes e inspectores estatales, y nos hacían pagar impuestos imposibles, tuvimos juicios... Sevan Nisanyan fue encarcelado, aunque finalmente pudo escapar de la cárcel, y ahora vive en Grecia como refugiado político.

### ¿Cuáles eran sus objetivos al crear la aldea?

Inicialmente tenía la intención de que el pueblo fuera solo para los estudiantes universitarios. Pero hubo una fuerte demanda pública para que ofreciéramos también escuelas de verano para estudiantes de secundaria. Lo hicimos; creamos dos escuelas de verano, de dos semanas de duración cada una.

### ¿Cómo se financiaban estos programas?

Al comienzo, pensamos que el Consejo Turco de Educación e Investigación Científica apoyaría el proyecto, y así fue durante el primer año. Después cortaron todo su apoyo, por razones políticas, por supuesto, y nos quedamos sin dinero. Así que abrimos más escuelas de verano para estudiantes de secundaria, porque a diferencia de los estudiantes universitarios, los estudiantes de secundaria, o más bien sus padres, sí estaban dispuestos a pagar por su estancia. También tuvimos que ampliar las instalaciones; construimos más aulas, más dormitorios, más viviendas para maestros, un comedor más grande, una cocina más grande, una lavandería más grande, etc. Para esto tuvimos que pedir donaciones al público, que respondió generosamente, por suerte.

### Según tengo entendido, el pueblo se autogestiona gracias a la colaboración de todos los asistentes en las diferentes tareas de mantenimiento, ¿cómo es el día a día?

Durante el verano, la aldea es solo para estudiantes de secundaria, universidad y posgrado. Los estudiantes se levantan a las 7 de la mañana y pueden desayunar hasta las 8. Comenzamos las clases a las 8. Hay dos sesiones, cada una dura aproximadamente dos horas. A las 12:00 almorzamos y después comenzamos la rutina diaria. Cada estudiante tiene que asumir algunas tareas de la aldea: pelar patatas, limpiar, lavar, regar, etc. A las cuatro reiniciamos las sesiones, hasta la ocho, que es la cena. Después de la cena, volvemos a las tareas. Algunas noches organizamos charlas, otras tenemos recitales de música. Para los estudiantes de secundaria se planifican sesiones de estudio de dos horas cada dos días.

### Fuera de la temporada de verano, ¿qué sucede en la aldea?

Durante todo el año nos visitan pequeños grupos de investigación. Dos profesores con tres estudiantes, por ejemplo, y sus familias. Les proporcionamos todo lo que hace falta, y no les cobramos nada. Todo lo que esperamos de ellos es que prueben nuevos teo-

remas. Durante la primavera y el otoño acuden niños de escuela primaria. A veces yo les enseño, a través del juego. Les presento un juego, y al principio los gano a todos. Finalmente entienden mi estrategia y entonces ganan ellos, por supuesto. Deberías ver su felicidad cuando consiguen vencerme. A veces tenemos talleres más grandes, conferencias y reuniones científicas.

### ¿Qué puede pasar en la aldea Nesin que no pueda suceder en otros lugares?

Para los estudiantes turcos es un lugar que no pueden encontrar en ningún otro sitio. En primer lugar, son todo lo libres que pueden ser. La arquitectura, las plantas, los santuarios escondidos, el cielo... Es un espacio realmente hermoso. Respetamos la naturaleza tanto como podemos, plantamos miles de árboles. Además, la relación entre los profesores y los estudiantes es muy relajada, muy amigable. Vivimos todos juntos, comemos juntos... Por otro lado, los cursos presentan temas complejos. Y no tratamos a los estudiantes como bebés, sino como adultos. Todo se explica, nada se da sin un razonamiento. Además, les facilitamos tiempo para descubrir por sí mismos parte de los conceptos. Ellos se sienten tratados con respeto, y les gusta. Responden muy bien, porque quieren demostrar que merecen ese respeto.

### Tras el reconocimiento recibido por la comunidad matemática internacional del Nesin Mathematical Village, ¿cuáles son sus planes futuros?

Quiero abrir una escuela secundaria. En realidad, no una escuela, sino un pueblo, como el Math Village, donde los estudiantes y los profesores vivan juntos, donde el aprendizaje, la enseñanza y la vida cotidiana se mezclen. Será algo fuera de lo normal, algo que, espero, cuestione nuestro sistema de educación. Por el momento, debido a mi nombre, la burocracia no me otorga los permisos necesarios. La próxima semana me reuniré con el Ministro de Educación, y espero ser capaz de convencerlo para sacar adelante el proyecto.

Imagen: Ali Nesin.



The Nesin Mathematics Village.

## CUÉNTAME TU TESIS: Víctor Arnaiz Solórzano

Imagen: ICMAT.



Víctor Arnaiz Solórzano ha estudiado en su tesis la ecuación de Schrödinger en el régimen semiclásico.

**Título de la tesis:** "Semiclassical measures and asymptotic distribution of eigenvalues for quantum KAM systems" ("Medidas semiclásicas y distribución asintótica de autovalores para sistemas KAM cuánticos")

**Autora:** Víctor Arnaiz Solórzano (ICMAT-UAM).

**Directores:** Fabrizio Macià Lang (UPM) y Keith Rogers (ICMAT).

**Fecha de entrega:** 18 de diciembre de 2018.

**Víctor Arnaiz Solórzano (ICMAT-UAM).** El principio de correspondencia entre la mecánica cuántica y la mecánica clásica, enunciado por primera vez por Niels Bohr en 1923, postula que las leyes de la mecánica clásica deben emerger de los principios teóricos de la mecánica cuántica, cuando los sistemas considerados se encuentran en un régimen "macroscópico". Bohr describe este régimen, de forma poco precisa, como aquel en el que los números cuánticos del sistema son grandes, bien porque el sistema está excitado a niveles de energía muy altos, o bien porque el sistema está descrito por muchos números cuánticos.

La formalización rigurosa de este principio, sin embargo, no es un problema sencillo, puesto que nociones tan fundamentales en cuántica como el principio de incertidumbre de Heisenberg o la interpretación probabilística de la función de onda de Schrödinger no parecen ser fácilmente reducibles a las leyes deterministas de la mecánica clásica. Más aún, los modelos clásico y cuántico pertenecen a mundos matemáticos muy distintos. Mientras que el formalismo cuántico considera los observables de un sistema (o

cantidades "medibles") como operadores que actúan en un cierto espacio de Hilbert -siendo los posibles resultados de una medida precisamente los valores pertenecientes al espectro del operador asociado-, en mecánica clásica; en su formulación Hamiltoniana, los observables son funciones de una variedad diferenciable llamada espacio de fases (espacio de posiciones y momentos) cuyos valores determinan el estado (clásico) del sistema, que es descrito en el lenguaje de la geometría simpléctica. En este sentido, la mecánica cuántica tiene lugar en el mundo del análisis funcional, la teoría espectral y el cálculo de probabilidades, mientras que la mecánica clásica Hamiltoniana se fundamenta desde la geometría diferencial simpléctica.

Sorprendentemente, estos dos modelos aparentemente tan separados pueden conectarse para formalizar el principio de correspondencia y otros fenómenos físico-matemáticos de similar naturaleza. Desde el punto de vista matemático, las ideas básicas para hacer esto se remontan al estudio de la óptica geométrica y el método de aproximación WKB (Wentzel-Kramers

-Brillouin) para la obtención de soluciones altamente oscilantes de ciertas EDP de tipo ondulatorio (como la ecuación de ondas o la ecuación de Schrödinger). Este tipo de soluciones, conocidas como rayos o haces gaussianos, pueden ser descritas asintóticamente a partir de ciertas ecuaciones diferenciales ordinarias relacionadas con la mecánica clásica subyacente. Por ejemplo, la ecuación de la eikonal ([ecuación en derivadas parciales con no linealidad](#) encontrada en [propagación de ondas](#), cuando la ecuación de onda es aproximada usando la [teoría WKB](#)) describe la evolución de la fase de los rayos gaussianos asociados a la ecuación de ondas, mientras que la ecuación de Hamilton-Jacobi hace lo propio con la ecuación de Schrödinger.

En las últimas décadas se han desempolvado estas ideas junto con el estudio del *análisis pseudodiferencial y microlocal*, que permite localizar algunas propiedades de la propagación de ondas, como los frentes de onda, en regiones pequeñas del espacio de fases, lo que ha propiciado el desarrollo de un área de investigación conocida como *análisis semiclásico*, que abarca numerosos problemas de ecuaciones en derivadas parciales relacionados con esta dualidad partícula-onda, clásica-cuántica.

En mi tesis ([Medidas semiclásicas y distribución asintótica de autovalores para sistemas KAM cuánticos](#)) abordamos el estudio de la ecuación de Schrödinger en el régimen semiclásico, esto es, cuando la longitud de onda de las soluciones es comparable con un parámetro pequeño  $h > 0$  con respecto a la métrica con la que se mide. Este parámetro a veces se identifica con la constante de Planck normalizada. De forma asintótica, cuando  $h \rightarrow 0$ , la mecánica clásica emerge e influye el comportamiento de las soluciones de la ecuación de Schrödinger. Más precisamente, estudiamos el caso en que el Hamiltoniano generador de la ecuación de Schrödinger (el observable asociado con la energía total del sistema) es una pequeña perturbación del oscilador armónico cuántico (el sistema de  $d$ -osciladores con frecuencias independientes) o, más generalmente, es la cuantización de un Hamiltoniano tipo KAM (Kolmogorov-Arnold-Moser), es decir, una pequeña perturbación de un sistema completamente integrable que se caracteriza por la presencia de un gran número de toros invariantes por la dinámica.

El objeto principal en nuestro estudio es la distribución de Wigner asociada a la solución  $\Psi$  de la ecuación de Schrödinger. Este objeto fue introducido por primera vez por Eugene Wigner en 1932 al estudiar las correcciones cuánticas para la mecánica estadística clásica. Se trata de una extensión al espacio de fases de la función de densidad de probabilidad  $|\Psi|^2$  asociada con la posición (que mide la probabilidad de encontrar la partícula cuántica con función de onda  $\Psi$  en cada región del espacio de posiciones). Este objeto no es una densidad de probabilidad porque no toma valores positivos y, por eso, a veces se le llama *cuasidistribución* de probabilidad de Wigner. Sin embargo, al tomar el límite  $h \rightarrow 0$  se obtiene que los límites débiles de sucesiones de distribuciones de Wigner son medidas de Radon positivas en el espacio de fases y, bajo cierto control sobre el ritmo de las oscilaciones desarrolladas a lo largo de la sucesión, son de hecho medidas de probabilidad. A estas medidas se les llama *medidas semiclásicas* y fueron introducidas por Patrick Gérard, Luc Tartar, Pierre-Louis Lions y Thierry Paul a principios de los años noventa.

Las medidas semiclásicas son un objeto muy poderoso en el estudio asintótico de las soluciones de la ecuación de Schrödinger y de otras ecuaciones de ondas, pues exhiben propiedades de propagación e invarianza que se pueden escribir en términos de la mecánica Hamiltoniana sobre el espacio de fases. Además, en el caso de la ecuación de Schrödinger, proyectando las medidas semiclásicas sobre la variable posición, se obtienen los llamados *límites cuánticos*, que son muy importantes en el estudio de las propiedades dispersivas de la dinámica de Schrödinger sobre variedades Riemannianas.

En la primera parte de esta tesis, que constituye un trabajo conjunto con Fabricio Macià, obtenemos resultados sobre las propiedades de propagación e invarianza de las medidas semiclásicas asociadas a soluciones de la ecuación de propagación de Schrödinger dada por una pequeña perturbación del oscilador armónico cuántico. Asimismo, mostramos aplicaciones de estos resultados para las soluciones de la ecuación de Schrödinger estacionaria. En concreto, probamos que una pequeña perturbación del oscilador armónico puede destruir los conjuntos minimales (toros invariantes) sobre los que las sucesiones de distribuciones de Wigner de autofunciones del Hamiltoniano pueden concentrarse en el límite  $h \rightarrow 0$  si existen resonancias entre las frecuencias del oscilador. Sin embargo, si el vector de frecuencias del oscilador armónico es diofántico, esto es, los cocientes entre sus componentes se aproximan "mal" por números racionales, probamos que los toros invariantes maximales (toros KAM) son más estables y pueden ser conjuntos de acumulación de sucesiones de distribuciones de Wigner asociadas a la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo para rangos de tiempo polinomialmente largos.

En la segunda parte del trabajo, realizada en colaboración con Gabriel Rivière, utilizamos las ideas previas para estudiar el caso no autoadjunto. Ahora estudiamos la distribución asintótica, cuando  $h \rightarrow 0$ , de los valores espectrales de un operador semiclásico (dependiente del parámetro  $h$ ) y no autoadjunto, dado por una pequeña perturbación del oscilador armónico cuántico. Este problema está relacionado con el estudio del decaimiento de la energía para soluciones de la ecuación de ondas amortiguada. Los resultados que hemos obtenido muestran la influencia de la perturbación en la franja del plano complejo donde los valores propios del operador pueden concentrarse y la escala a la que se produce dicha concentración. Con hipótesis de analiticidad en el símbolo del operador, probamos que los autovalores no pueden acumularse cerca de la recta real, es decir, existe un gap espectral. En el caso diferenciable, la estimación que obtenemos es más débil, pero nos permite obtener una cota sobre la norma de la resolvente del operador, lo que es útil para conseguir tasas precisas de decaimiento de la energía para las soluciones de la ecuación de ondas amortiguada.

Finalmente, la última parte de esta tesis aborda el estudio de las medidas semiclásicas asociadas a pequeñas perturbaciones de un Hamiltoniano lineal, en la variable momento, con coeficientes constantes (frecuencias) sobre el toro. Si la perturbación es también lineal en los momentos (no necesariamente de coeficientes constantes) probamos que para un conjunto cantoriano de frecuencias diofánticas, el espectro puntual del operador es estable (los autovalores se mueven un poco, pero siguen siendo autovalores). Además, para estas frecuencias, caracterizamos los puntos de acumulación de las sucesiones de distribuciones de Wigner asociadas con la ecuación de Schrödinger estacionaria. Precisamente, las medidas semiclásicas vienen dadas por aquellas medidas de probabilidad sobre cada uno de los toros invariantes por el flujo del Hamiltoniano no perturbado, que han sido suavemente deformados por la perturbación. Este resultado puede verse como una versión semiclásica del teorema KAM clásico sobre perturbaciones de campos vectoriales sobre el toro.

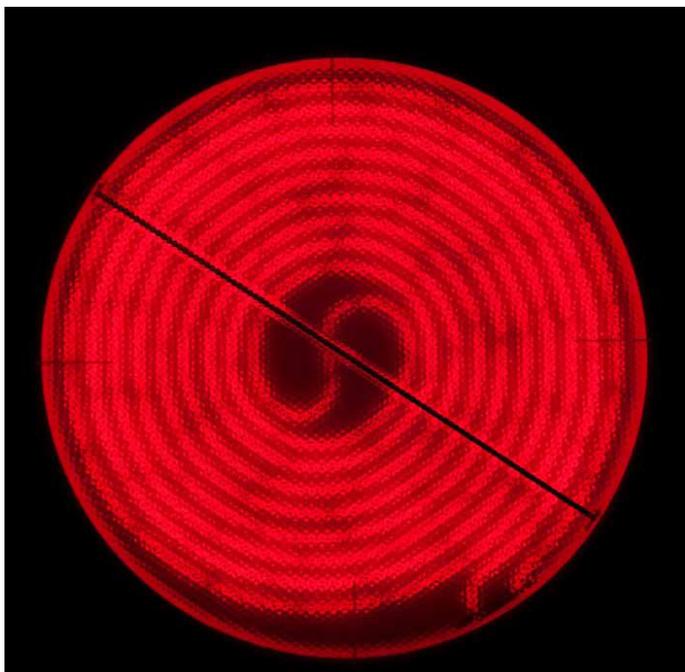
Si la perturbación es acotada y suficientemente pequeña (en términos del parámetro semiclásico), obtenemos un resultado de renormalización, es decir, probamos la existencia de un operador integrable tal que, sumado al operador perturbado, lo renormaliza dando lugar a un nuevo operador integrable y unitariamente equivalente al operador sin perturbar. Como consecuencia, obtenemos que los conjuntos de límites cuánticos y medidas semiclásicas de sucesiones de autofunciones para el operador renormalizado coinciden con aquellos del operador no perturbado.

## REFERENCIAS

[https://www.icmat.es/Thesis/2018/Tesis\\_Victor\\_Arnaiz\\_Solorzano.pdf](https://www.icmat.es/Thesis/2018/Tesis_Victor_Arnaiz_Solorzano.pdf)

## ACTUALIDAD MATEMÁTICA: Noticias ICMAT

## Matemáticas para predecir el movimiento de los puntos de máximo calor



El artículo "Teoremas de aproximación para ecuaciones parabólicas y el movimiento de puntos calientes locales" ha sido aceptado por la revista *Duke Mathematical Journal*.

Las placas vitrocerámicas de nuestras cocinas alcanzan la temperatura más alta en su centro. Sin embargo, sería posible calentarlas de manera que los puntos de máximo calor se moviesen siguiendo cualquier trayectoria escogida. Esto es lo que han demostrado Alberto Enciso, Daniel Peralta, investigadores del ICMAT, y María Ángeles García-Ferrero, investigadora del Instituto Max Planck en Leipzig, en el artículo "Teoremas de aproximación

para ecuaciones parabólicas y el movimiento de puntos calientes locales", publicado por la revista *Duke Mathematical Journal*.

"La modelización del calor es uno de los problemas clásicos de física, pero también uno de los grandes hitos en matemáticas, ya que de ahí nace toda una rama de las matemáticas, el análisis armónico", afirma Enciso. La difusión del calor se describe mediante una ecuación obtenida a partir de la ley de Fourier -que establece cómo se transmite la energía a través de un material- y el principio de conservación de la energía. El resultado es una ecuación en derivadas parciales de tipo parabólico.

La ecuación muestra cómo varía la temperatura en una región a lo largo del transcurso del tiempo. Aunque no es sencillo obtener las soluciones, sí es posible estudiar sus propiedades. En concreto, uno de los aspectos interesantes a estudiar son los valores máximos, y su evolución en un periodo determinado. Ahora, Enciso, Peralta y García-Ferrero han probado que se puede describir el movimiento de estos puntos de máxima temperatura si se eligen condiciones iniciales de la ecuación adecuadas, es decir, la distribución del calor en el momento de partida.

Lo han conseguido al desarrollar nuevos teoremas de aproximación para ecuaciones parabólicas. Concretamente, han extendido al caso parabólico la teoría que Enciso y Peralta crearon para estudiar las propiedades geométricas de ecuaciones elípticas, y que les sirvió para, entre otras cosas, demostrar una conjetura planteada por Lord Kelvin hace casi 150 años. En 2015, Enciso y Peralta recibieron el premio "Barcelona Dynamical Systems" de la Sociedad Catalana de Matemáticas por este hito. Los investigadores, reconocidos con dos proyectos del Consejo Europeo de Investigación (ERC), esperan poder usar estas técnicas en nuevos contextos.

\*Alberto Enciso, M<sup>a</sup> Ángeles García-Ferrero, y Daniel Peralta-Salas. "Approximation theorems for parabolic equations and movement of local hot spots". *Duke Math. J.* Volume 168, Number 5 (2019), 897-939.

## Mujeres matemáticas, uníos

Imagen: ICMAT.



Imagen del último encuentro de WOMAT en el ICMAT.

El 10 de diciembre de 2018 tuvo lugar el primer encuentro de WOMAT, la asociación de mujeres investigadoras en matemáticas con base en Madrid puesta en marcha por Makrina Agaoglou y Patricia Contreras Tejada, miembros del ICMAT. Estas reuniones, a las que están invitadas todas las mujeres dedicadas a la investigación matemática en Madrid, pretenden "estimular la interacción y ofrecer un espacio donde las investigadoras puedan charlar sobre las circunstancias que les afectan como mujeres matemáticas", de manera distendida, compartiendo un café.

"Las mujeres son minoría en la comunidad matemática. Las causas son diversas, e incluyen sesgos implícitos y explícitos, tradiciones culturales y estereotipos, que suelen hacer que las mujeres se enfrenten a más adversidades en la carrera académica que los hombres. Creemos que esto no tiene por qué ser así, ni debería serlo. La comunidad matemática debe velar por que las mujeres se sientan apoyadas en su trabajo, animarlas a continuar con la carrera académica y atraer a más mujeres hacia puestos de trabajo en investigación."

Esta fue la motivación principal para la creación de WOMAT, asociación de mujeres investigadoras en matemáticas, con base en Madrid. El objetivo es, según las dos investigadoras del ICMAT que la han puesto en marcha, Makrina Agaoglou y Patricia Contreras Tejada, “facilitar el camino hacia una comunidad matemática más inclusiva en Madrid”.

Esta fue la motivación principal para la creación de WOMAT. El objetivo es, según Agaoglou y Contreras Tejada, “facilitar el camino hacia una comunidad matemática más inclusiva en Madrid”. ¿Cómo lo piensan hacer? Su primera actividad es este

encuentro mensual entre mujeres matemáticas, del que ya se han celebrado tres ediciones. A lo que se suma la creación de una web, en la página del ICMAT, que ha dado su apoyo decidido a esta iniciativa, la difusión de carteles sobre la brecha de género en el campo de las matemáticas en las facultades o departamentos de matemáticas madrileños, y la organización de una conferencia pública el 1 de marzo, impartida por Havi Carel, profesora de filosofía en la Universidad de Bristol y experta en prejuicios inconscientes, que determinan la manera en la que valoramos y somos valorados por otras personas en nuestra sociedad y, en concreto, en la ciencia.

### Jared Aurentz (ICMAT) recibe una beca Postdoctoral Junior Leader de “la Caixa”

### Ana María Mancho (ICMAT), ponente invitada en uno de los congresos de dinámica de fluidos más importantes del mundo

Imagen: Jared Aurentz



Jared Aurentz (ICMAT) investigará en teoría de la decisión, análisis de riesgo y aprendizaje automático y estadística aplicada.



Imagen: Ana María Mancho.

Ana María Mancho impartió una de las ocho presentaciones invitadas, con título “Revealing Lagrangian pathways for transport in a turbulent ocean”.

Jared Aurentz, investigador del ICMAT, es uno de los 30 seleccionados en el programa Postdoctoral Junior Leader de “la Caixa”, en su edición de 2018. Su proyecto, de tres años de duración, se engloba en las áreas de teoría de la decisión, análisis de riesgo y aprendizaje automático y estadística aplicada. Su objetivo principal es desarrollar modelos matemáticos y un paquete de *software* correspondiente para facilitar el proceso en la toma de decisiones. Gran parte de la sección teórica del proyecto, que cuenta con una dotación total de unos 300 000 euros, se basa en el análisis de riesgo adversarios, una línea de investigación desarrollada por David Ríos, director de la Cátedra AXA en el ICMAT.

Más de tres mil investigadores de departamentos de física, matemáticas, ingeniería, ciencias oceánicas y atmosféricas de todo el mundo se encontraron en Atlanta durante los días 18, 19 y 20 de noviembre de 2018. Fue con motivo del 71 encuentro anual de la división de dinámica de fluidos (DFD) de la American Physical Society (APS), uno de los eventos científicos más relevantes del área. Ana María Mancho, científica titular del CSIC en el ICMAT, impartió una de las ocho presentaciones invitadas, con título “Revealing Lagrangian pathways for transport in a turbulent ocean”, en esta última edición. En la historia del congreso muy pocos españoles han sido distinguidos con este honor. Anteriormente, Javier Jiménez Sendín (Universidad Politécnica de Madrid) impartió una charla invitada en 2012.

## Expertos en teoría de grupos se reúnen en el ICMAT

Alrededor de 40 investigadores en el área de teoría de grupos se dieron cita por tercer año consecutivo en el congreso "Groups in Madrid", que tuvo lugar en el ICMAT durante los días 22 y 23 de noviembre de 2018. El evento se engloba en la teoría de grupos, un campo de investigación cuyas raíces se encuentran en la teoría de Galois, teoría de números, teoría de representaciones y geometría. Durante los dos días, los asistentes compartieron los últimos avances realizados en el área, una de las más activas en la actualidad y con más presencia en otros campos de las matemáticas.

El encuentro contó con siete charlas que impartirán investigadores e investigadoras procedentes de universidades e instituciones como CNRS (Francia), Universidad del País Vasco, Università degli Studi di Firenze o ETH Zentrum de Zürich. Entre ellos, se encontraba Gunter Malle (TU Kaiserslautern), conferenciante en el Congreso Internacional de Matemáticos (ICM) de Berlín en 1998 e investigador reconocido con un proyecto Advanced Grant del European Research Council (ERC). Organizaron el evento Yago Antolin (ICMAT-UAM), Javier Aramayona (ICMAT-UAM), Andrei Jaikin-Zapirain (ICMAT-UAM) y Carolina Vallejo (ICMAT).

## La clase política se compromete a implantar medidas urgentes para impulsar la ciencia en España en el foro 100xciencia

En noviembre de 2018 tuvo lugar el congreso '100xciencia.3: Tendiendo puentes entre ciencia y sociedad' coorganizado por la alianza SOMMa, de centros Severo Ochoa y María de Maeztu, de la que forma parte el ICMAT y el CNIO. El evento acogió diferentes debates sobre la relación entre ciencia y sociedad, entre los que se incluyó una mesa redonda con representantes de PSOE, PP, Podemos, Ciudadanos y PdCat. Todos ellos coincidieron en ejecutar a corto plazo algunas medidas para reducir la burocracia y mejorar el sistema de ciencia e innovación.

Representantes de los centros de investigación pertenecientes a la alianza SOMMa que reúne a los 41 Centros y Unidades de Excelencia Severo Ochoa y María de Maeztu, entre los que se encuentra el ICMAT se dieron cita en el Centro Nacional de Investigaciones, en la tercera edición del congreso 100xciencia, la primera tras la constitución de esta alianza, en octubre de 2017. La jornada puso el foco en la importancia de la participación de la sociedad en la ciencia. La mesa redonda 'Los medios como

canalizadores de la ciencia' contó con destacados periodistas de nuestro país como Patricia Fernández de Lis (directora de Materia, El País), Pampa García Molina (coordinadora y redactora jefa de la Agencia SINC), Noemí Gómez (periodista científica de EFE), Antonio Martínez Ron (periodista y divulgador científico en Naukas) y Mónica Salomone (periodista científica). La mesa 'El empoderamiento científico de la sociedad', que dirigió Rosina Malagrida, responsable del Living Lab de Salud de IrsiCaixa, debatió sobre la importancia de empoderar a diferentes actores sociales en materia de ciencia.

Los Centros y Unidades de la Alianza SOMMa tuvieron la oportunidad de presentar algunas de sus más destacadas iniciativas de educación científica y de participación ciudadana en la ciencia, resultando ejemplos inspiradores para el resto de centros y unidades y fomentando el intercambio de buenas prácticas, uno de los objetivos de la Alianza.

## Red Estratégica en Matemáticas, unión para impulsar la investigación nacional

La Red Estratégica en Matemáticas (REM), financiada por el Ministerio de Economía y Empresa, surge con el objetivo de promover la investigación matemática, así como sus aplicaciones. "Esta ciencia desempeña un papel crucial en el avance tecnológico y en la mejora de las condiciones de vida", aseguraba Tomás Chacón, director de la REM y director del Instituto de Matemáticas de la Universidad de Sevilla (IMUS), una de las instituciones que configuran la red. Además del IMUS, forman la REM la Barcelona Graduate School of Mathematics (BSGMATH), el Centre de Recerca Matemàtica (CRM), el Basque Center for Applied Mathematics (BCAM), el Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT), la Red de Institutos Universitarios de Matemáticas (REDIUM), la Red Española Matemática-Industria (Math-in) y los Centros Públicos Españoles de Educación Superior.

Fundada en julio de 2017, la REM está dando a conocer sus principales resultados durante este curso 2018-2019. Entre ellos estará la publicación en abril de 2019 de dos macroestudios sobre el alcance de la investigación en matemáticas en España. El primer informe cuantificará el impacto científico de la investigación matemática en España durante la última década. El segundo, elaborado por la empresa AFI (Analistas Financieros Internacio-

nales), tratará sobre el impacto en la economía y en el empleo de la transferencia de las matemáticas.

En varios países de Europa como Francia, Reino Unido y Países Bajos ya se han realizado estudios de este tipo que señalan el significativo efecto de las matemáticas en empleo y valor añadido, con contribuciones en el PIB entre un 10 y un 15%. En unos meses la REM ofrecerá los datos relativos al PIB español. "Es muy plausible que la implantación de la tecnología matemática en el sector productivo español produzca un aumento del PIB, hasta llegar a valores semejantes a los alcanzados en estos países", aseguraba Peregrina Quintela, presidenta de la red Math-in y miembro del Comité de Dirección de REM. "Las matemáticas ayudan a las empresas de forma muy relevante en la toma de decisiones, mejora de procesos productivos y optimización de sus recursos", afirmaba.

La REM pretende mejorar el posicionamiento estratégico de las matemáticas en España. Para ello, fomentará la colaboración entre los centros que conforman la Red; la optimización de los resultados y recursos ya disponibles; la divulgación, como vía para mejorar la percepción social de la ciencia; y la internacionalización de la matemática española. Para ello, contará con un presupuesto de 120.000 euros hasta julio de 2019.

## Congresos, escuelas y trimestres temáticos

### Arranca el trimestre temático 'Operator Algebras, Groups and Applications to Quantum Information'



#### Activities:

##### Operator Algebras and Groups

School I (11-15/03/2019)

- **Speakers:** Vaes (KU-Leuven), Ceccherini-Silberstein (U. Sannio), Thiel (WWU-Münster)
- **Inaugural colloquium:** J. Cuntz (WWU-Münster)

Workshop I (18-22/03/2019)

##### Applications to Quantum Information

School II (06-10/05/2019)

- **Speakers:** Paulsen (U. Waterloo), Musat (U. Copenhagen), Nechita (U. Toulouse)

Workshop II (13-17/05/2019)

##### Concluding International Conference (17-21/06/2019)

- **Plenary Speakers:** Ozawa (RIMS), Słafstra (U. of Waterloo), Juschenko (Northwestern U.), Werner (Leibniz U. Hannover), Houdayer (U. Paris Sud), W. Winter (WWU Münster), Pérez-García (U. Complutense), Kennedy (U. of Waterloo)

#### Organizing committee:

Cécilia Lancien (U. Toulouse)  
Fernando Lledó (UC3M-ICMAT)  
Diego Martínez (UC3M-ICMAT)  
Carlos Palazuelos (UCM-ICMAT)  
Julio de Vicente (UC3M)

#### Scientific committee:

Pere Ara (Universitat Autònoma de Barcelona, Spain)  
Marius Junge (University of Illinois at Urbana-Champaign, USA)  
David Kerr (Texas A&M University, College Station, USA)  
Fernando Lledó (Universidad Carlos III de Madrid and ICMAT, Spain)  
Francesc Perera (Universitat Autònoma de Barcelona, Spain)  
Andreas Winter (Universitat Autònoma de Barcelona, Spain)  
Mikael Rørdam (University of Copenhagen, Denmark)

More information: <https://www.icmat.es/RT/2019/OAGAQI/index.php>  
Contact: oagaqi@icmat.es



El ICMAT organiza del 11 de marzo al 29 de junio de este año el trimestre temático 'Operator Algebras, Groups and Applications to Quantum Information', en el que se reunirán especialistas en las áreas de física matemática, álgebra no conmutativa, sistemas dinámicos, teoría de grupos, análisis armónico, topología y teoría cuántica. El principal objetivo es favorecer la interacción entre todos estos campos, con especial atención a sus aplicaciones a la información cuántica.

El trimestre incluye dos escuelas de investigación, tres congresos y un coloquio inaugural. El programa científico está dividido en dos grandes áreas: Álgebra de operadores y grupos y Aplicaciones a la teoría de la información cuántica.

El comité organizador del congreso está formado por Cécilia Lancien (Université de Toulouse), Fernando Lledó (UC3M-ICMAT), Diego Martínez (UC3M-ICMAT), Carlos Palazuelos (UCM-ICMAT) y Julio de Vicente (UC3M). Los investigadores Pere Ara (Department of Mathematics, Universitat Autònoma de Barcelona, Spain), Marius Junge (Department of Mathematics, University of Illinois at Urbana-Champaign, USA), David Kerr (Department of Mathematics, Texas A&M University, College Station, USA), Fernando Lledó, Francesc Perera (Department of Mathematics, Universitat Autònoma de Barcelona, Spain), Andreas Winter (Department of Physics, Universitat Autònoma de Barcelona, Spain) y Mikael Rørdam (Department of Mathematics, University of Copenhagen, Denmark) configuran el comité científico.

### Vuelve el congreso BYMAT 2019 (Bringing Young Mathematicians Together)

La segunda edición de BYMAT – Bringing Young Mathematicians Together ya está en marcha. Después del éxito del año pasado, con casi 200 asistentes de 19 países diferentes y más de 75 instituciones, este año el congreso reunirá de nuevo, del 20 al 24 de mayo en el Instituto de Ciencias Matemáticas (Madrid), a estudiantes de doctorado, máster y últimos años de grado en matemáticas y campos afines.

Este será el segundo encuentro de la red BYMAT, que apoya a jóvenes matemáticos en su desarrollo profesional dentro y fuera de la academia y potencia la conexión de las matemáticas con la sociedad actual. La inscripción estará abierta hasta el próximo 30 de abril.

El congreso contará con siete conferencias plenarias impartidas por Jan Maas (Institute of Science and Technology, Austria), Marina Logares (University of Plymouth, Reino Unido), Tong Tang (Hohai University, China), Rafael Ramírez Uclés (Universidad de Granada, España), Javier López Peña (University College London, Reino Unido), Anabel Forte (Universitat de València, España) e Isabel Fernández (Universidad de Sevilla, España). El programa lo completarán las charlas cortas, sesiones de posters, charlas y talleres sobre salidas profesionales, comunicación y divulgación de las matemáticas.



## Divulgación

### Recordando a las científicas premiadas y olvidadas por el Nobel, y a las mujeres matemáticas

Imagen: ICMAT.



Dentro del escape road el ICMAT albergó un poster de Maryam Mirzakhani, Medalla Fields.

El pasado 11 de febrero se celebró el Día Internacional de la Mujer y la Niña en Ciencia, con más de un centenar de actividades en diferentes puntos de España. En el campus de la Universidad Autónoma de Madrid, en Cantoblanco, algunos centros del CSIC, entre los que se encuentra el ICMAT, organizaron de forma conjunta un escape road, un recorrido en el que se presenta, con paneles y retos interactivos, la vida y obra de mujeres galardonadas con el premio Nobel en las ramas de ciencias y la Medalla Fields (equivalente al Nobel en matemáticas), además de a las olvidadas por estos galardones.

“Queremos invitar a las estudiantes universitarias a dedicarse a la carrera científica: es una profesión creativa, que permite hacer te preguntas fundamentales; es muy variada, nunca te aburres y se tiene mucha independencia”, afirmaba Silvia Gallego Queipo, investigadora del Instituto de Ciencia de Materiales de Madrid, institución coorganizadora del evento, junto al ICMAT, el Instituto de Cerámica y Vidrio, el Instituto de Catálisis y Petroquímica, el Centro Nacional de Biotecnología, el Centro de Biología

Molecular Severo Ochoa, el Instituto de Física Teórica, el Instituto de Investigación en Ciencias de la Alimentación.

Una de las estrategias para fomentar vocaciones es visibilizar el trabajo de grandes científicas. Para ello, el ‘Escape-road. A la búsqueda de las científicas Nobel y no Nobel’ ofreció modelos de mujeres científicas que puedan servir de ejemplo e inspiración a las nuevas generaciones de estudiantes universitarios. “Queremos visibilizar la actividad de las mujeres en ciencia y romper con los estereotipos que frenan las vocaciones científicas en las chicas”, aseguraba Gallego. La actividad se articuló en torno a una exposición de pósteres de perfiles de premiadas con el Nobel de disciplinas científicas y la Medalla Fields, que estuvieron colgados en los centros participantes. Los visitantes tenían que completar todo el recorrido y responder a unas preguntas disponibles a través de códigos QR de los carteles.

La ruta se pudo hacer por libre del 4 al 18 de febrero, y el 11 se organizó un recorrido guiado. Los participantes solo necesitaban un teléfono móvil con un lector de códigos QR y la aplicación gratuita Walla Me, y los que completaron todo el recorrido guiado pudieron compartir una comida, a cargo del proyecto europeo AMPHIBIAN.

Otro de los propósitos de la actividad fue reconocer el trabajo de mujeres científicas a lo largo de la historia. Además de la exposición de carteles, se escondía otra virtual, que mostraba a científicas que no ganaron el Nobel ni la medalla Fields, pese a sus importantes logros. Los asistentes tuvieron que buscar sus perfiles a través de la aplicación Walla Me para “rescatarlas del olvido”.

Además del escape road, el ICMAT organizó el 6 de febrero una charla-taller con motivo del 11 F. Ana Bravo, profesora de la UAM, miembro del ICMAT y presidenta de la Comisión de Género del ICMAT, presentó el trabajo de mujeres matemáticas, en concreto en el campo de la aritmética y la geometría, a estudiantes de 4º de la ESO, 1º y 2º de bachillerato del colegio Montserrat de Madrid. En esta ocasión, todas las asistentes fueron mujeres. “Hemos querido hacer una selección entre las alumnas más interesadas, para crear movimiento entre ellas, las futuras científicas”, señalaba Guillermo Rodríguez Biehn, profesor responsable de la actividad en el centro.

### Mickaël Launay, autor de *La gran novela de las matemáticas*, en Matemáticas en la Residencia

“Por simples que sean, las matemáticas encierran una fuente inagotable de asombro y fascinación”, escribe Mickaël Launay en su libro *La gran novela de las matemáticas*, publicado en España por Paidós en 2017. “Cuando descubrimos por primera vez ciertas ideas matemáticas, cosquillean en nuestro cerebro”, reflexiona el divulgador. Launay, cuyo canal de Youtube, Micmaths, acumula más de 300 000 suscriptores y 22 millones de visualizaciones, es uno de los grandes expertos en transmitir ese cosquilleo a públicos de todo tipo.

El 29 de noviembre de 2018 lo hizo en la conferencia “La importancia de ser impreciso en matemáticas”, en la Residencia de Estudiantes, dentro del ciclo Matemáticas en la Residencia, organizado por el ICMAT en colaboración con la Vicepresidencia del

CSIC de Organización y Cultura Científica y la Residencia de Estudiantes. En esta charla habló de la investigación y la creación matemática como un camino hacia lo desconocido.

Mickaël Launay estudió matemáticas en la École Normale Supérieure, y después realizó un doctorado en probabilidad. Desde hace más de 15 años desarrolla labores de popularización de las matemáticas en Francia, llevándolas a lugares insospechados, desde el museo del Louvre hasta una feria callejera, pasando por talleres de investigación con estudiantes de primeros cursos de primaria donde, según él, la gente no lo espera y no está recelosa. Es entonces donde se abre una puerta a la curiosidad y a la imaginación matemática.

## La serie de animación “Revoluciones matemáticas” acerca las matemáticas a los jóvenes

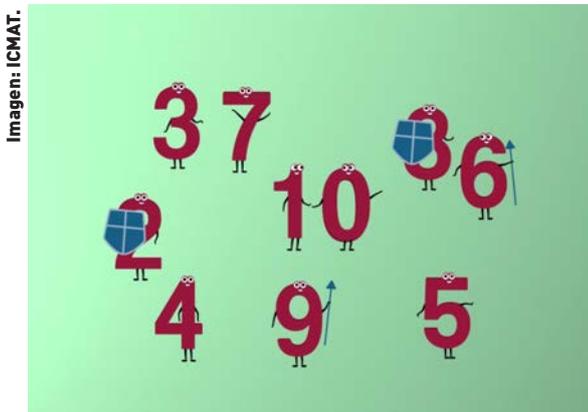


Imagen: ICMAT.  
El segundo episodio de “Revoluciones matemáticas” presentó la historia de los sistemas de numeración

Hay personas en la historia que cambiaron el curso del pensamiento matemático y, en consecuencia, el de toda la humanidad. El ICMAT ha lanzado “Revoluciones matemáticas”, una serie de animación que presenta de forma divulgativa estos momentos históricos y a sus protagonistas, más o menos conocidos por el público general. El proyecto, en el que colaboran la empresa Divermates y la animadora Irene López, consta de

cinco episodios de alrededor de tres minutos de duración, y está especialmente dirigido a un público joven.

Los cuatro primeros vídeos ya pueden verse en el canal de YouTube del ICMAT. Cada episodio se centra en un avance matemático, que supuso una revolución dentro y fuera de la comunidad científica, como las relaciones numéricas en la naturaleza observadas por los pitagóricos, la obtención del sistema de numeración decimal y el desarrollo del cálculo diferencial. “Algunos de estos descubrimientos han cambiado la vida del ser humano tanto o más que el uso del fuego o la invención de la rueda”, aseguraba Nelo Maestre, director de Divermates. La empresa además ha ideado actividades complementarias a cada capítulo, que pueden desarrollarse por parte del profesorado en el aula.

La serie también pretende destacar a las personas que hay detrás de las ideas. “Las biografías de matemáticos y matemáticas son desconocidas para el público general y, en concreto, para los estudiantes. Creemos que estas historias, en muchos casos fascinantes, pueden ser una buena herramienta para mostrar el conocimiento matemático de manera más cercana”, afirmaba David Martín de Diego, director de la Unidad de Cultura Matemática del ICMAT.

El proyecto fue seleccionado en la primera edición de la convocatoria de ayudas para favorecer la cultura científica Cuenta la Ciencia, de Fundación General CSIC, y también cuenta con la financiación del proyecto Severo Ochoa del ICMAT.

## Mi científica favorita II visibiliza el trabajo de más de treinta científicas

“¿Cuántas mujeres científicas conoce el alumnado de 5º y 6º de primaria?”, con esta pregunta el Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT) ponía en marcha en 2016 «Mi científica favorita», con los objetivos de dar a conocer el papel de las mujeres en la ciencia y fomentar las vocaciones científicas entre niños y niñas por igual. Dos años más tarde, el proyecto cerró su segunda edición el pasado mes de octubre con la publicación de Mi científica favorita II, un nuevo libro en el que se presentan la vida y obra de 33 científicas elegidas por estudiantes de 5º y 6º de primaria de 24 centros españoles. El proyecto ha sido cofinanciado por la Fundación Española para la Ciencia y la Tecnología (FECYT), el Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades y el programa Severo Ochoa del Instituto. Se ha podido llevar a cabo gracias a la participación del profesorado y alumnado, además de personal investigador y divulgador del ICMAT.

En esta nueva edición se siguieron los mismos pasos que en la anterior, pero con una particularidad: en una primera fase, desarrollada durante el curso 2017/2018, los estudiantes debían elegir y trabajar sobre mujeres que no hubieran estado representadas en el libro anterior, para conformar así un catálogo cada vez ma-

yor de científicas, y demostrar que aquella pregunta lanzada para presentar el proyecto puede tener numerosas respuestas. Una vez realizado el trabajo de investigación, los estudiantes plasmaron el resultado en obras gráficas originales. Cada uno de los colegios realizó un concurso entre el alumnado para elegir un máximo de seis piezas (tres de cada curso), que fueron enviadas posteriormente al ICMAT, donde un jurado se encargó de la selección final. Estos son los trabajos que aparecen en el libro.

Las ilustraciones se completan con textos en los que se presenta, de forma divulgativa, las aportaciones científicas de las investigadoras, curiosidades sobre su vida y datos clave de sus carreras. Hasta 33 científicas, muchas de las cuales desconocidas para el gran público, podrán ser modelos con los que romper los prejuicios de género y fomentar las vocaciones científicas entre las niñas y niños, gracias a este proyecto.

Mi científica favorita II es una obra de divulgación de la ciencia y de fomento de la igualdad y de las vocaciones científicas. En su formato físico se distribuye entre los colegios participantes y, en formato digital, está disponible para su descarga en la página web del ICMAT.

## AGENDA

### Actividades científicas en el ICMAT

**Trimestre temático 'Operator Algebras, Groups and Applications to Quantum Information'**

**Fecha:** 11 de marzo – 29 de junio de 2019

**BYMAT 2019 – Bringing Young Mathematicians Together**

**Fecha:** 20 – 24 de mayo de 2019

**Escuela JAE 2019**

**Fecha:** 10 – 22 de junio de 2019

**Summer School on Fluid Mechanics at the ICMAT**

**Fecha:** 24 – 28 de junio de 2019

**XIII International ICMAT Summer School on Geometry, Mechanics and Control**

**Fecha:** 8 – 10 de julio de 2019

**XXVIII International Fall Workshop on Geometry and Physics**

**Fecha:** 2 – 6 de septiembre de 2019

**Producción:**

Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT)  
C/ Nicolás Carrera nº 13-15  
Campus de Cantoblanco, UAM  
29049 Madrid ESPAÑA

Divulga S.L  
C/ Diana 16-1º C  
28022 Madrid

**Comité editorial:**

Antonio Córdoba  
Jared Aurentz  
Alberto Enciso  
Daniel Peralta-Salas  
Ágata Timón García-Longoria

**Coordinación:**

Ignacio F. Bayo  
Laura Moreno Iraola  
Ágata Timón García-Longoria

**Diseño:**

Fábrica de Chocolate

**Maquetación:**

Equipo globalCOMUNICA

**Traducción:**

Jeff Palmer

**Redacción:**

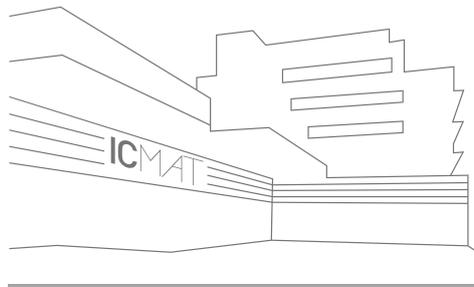
Javier Fuertes  
Laura Moreno Iraola  
Ágata Timón García-Longoria

Creative Commons



# ICMAT

INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS



C/ Nicolás Cabrera, nº 13-15  
Campus Cantoblanco UAM  
28049 Madrid, Spain

[www.icmat.es](http://www.icmat.es)

