ICMAT
INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

Boletín ICMAT #17
Segundo semestre 2018
CSIC - UAM - UC3M - UCM

EDITORIAL

Los retos de la biología matemática

Andreas Deutsch (TU Dresden). Un biólogo matemático que está haciendo senderismo se encuentra con un pastor. El pastor, que por algún extraño motivo está eufórico, le ofrece una de sus ovejas si es capaz de calcular el número exacto de individuos de su rebaño. El científico, haciendo uso de su oficio, estima el número a la perfección. Más tarde, vemos al biólogo matemático caminando junto a un perro pastor. Esta broma expresa muy bien la esencia de la biología matemática, pero también el peligro de su abstracción. La fuerza de la biología matemática no radica solo en calcular cantidades, sino también en obtener patrones comunes a diferentes niveles de organización biológica.

La frontera común entre el problema biológico y el análisis matemático es el modelo. La biología matemática emplea el razonamiento numérico para explicar los fenómenos biológicos y también puede generar nuevos tipos de problemas matemáticos. Así, las interacciones ecológicas han motivado nuevas cuestiones sobre la teoría de juegos y las propiedades de las células cancerígenas, y han desencadenado el estudio de ecuaciones de difusión dependientes de la densidad.

Hoy la biología matemática sigue creciendo. Bajo el nuevo paraguas teórico de la biología de sistemas y la medicina, ofrece perspectivas prometedoras para matemáticos, físicos y biólogos teóricos interesados. Podemos constatar este *boom* en la proliferación de nuevos institutos, currículos y redes de investigación en biología de sistemas y medicina. Sin embargo, un auge de este tipo despierta ciertas sospechas de burbuja efímera y puede ofrecer solo perspectivas a corto plazo. La pregunta es: ¿existe también una perspectiva de futuro?

Antes de nada, ¡la biología matemática no es nada nuevo! Tiene raíces bálticas, británicas, francesas, alemanas, italianas, españolas y rusas que datan de finales del siglo XIX. Esta rama de la biología nació ante las enormes cantidades de datos surgidos de nuevas observaciones (por ejemplo, de expediciones a países coloniales) y de nuevas técnicas experimentales. En la década de 1930, los famosos experimentos de Mendel y una fértil comunicación entre biólogos experimentales y matemáticos aplicados marcaron los comienzos de la genética de poblaciones, y crearon el núcleo de la biología matemática. El reciente auge de la biología de sistemas viene provocado otra vez por una jungla de datos, ahora llamada *big data*, y derivada, en gran parte, de nuevos métodos de biología molecular, junto con un rápido desarrollo de las capacidades informáticas de alto rendimiento.

Así como el siglo XX fue el *siglo de la física*, el XXI será el *siglo de la biología y la medicina*, y los desarrollos esenciales solo serán posibles mediante el apoyo de los métodos matemáticos y computacionales en la adquisición, representación e interpretación de datos. Gracias a especialistas de disciplinas relacionadas, como la bioinformática y la biofísica, los métodos matemáticos se aplican a más y más sistemas biológicos y problemas médicos. Las últimas aplicaciones se encuentran en los campos de la bioingeniería, la regeneración biológica, la inmunología, las enfermedades infecciosas o la terapia personalizada del cáncer. Además de la necesidad de desarrollar modelos para problemas biológicos y médicos particulares, la biología matemática ayuda a extraer principios generales de sistemas complejos. Una mejor comprensión de estos principios se puede explotar aún más como soluciones de inspiración biológica para aplicaciones tecnológicas.

(Sigue en la página siguiente)

CONTENIDOS

(Viene de la página anterior)

Yo ya estaba interesado en matemáticas y biología en la escuela, aunque no sabía por cuál de las dos decantarme. Consulté a un profesor de biología, que me aconsejó que me concentrara en realizar estudios completos de matemáticas y que luego me formase en biología, por ejemplo, a través de un doctorado. Resultó ser un muy buen consejo, vigente hoy en día. Si bien la biología tiene una estructura modular (sus diferentes campos, como la biología celular, la evolución o la ecología, se pueden estudiar con bastante independencia), el currículo matemático sigue un orden secuencial. Uno necesita una introducción a temas básicos como análisis, álgebra lineal y análisis numérico, antes de poder atacar temas avanzados como ecuaciones diferenciales o estocásticas.

Durante mi doctorado me di cuenta de que no podía hacer a la vez "experimentos húmedos" y "modelado in silico", porque ambos aspectos son muy exigentes. Hoy, soy jefe del departamento de Computación Innovadora' en el Centro de computación de alto rendimiento de la Universidad Tecnológica de Dresde (Alemania). Mi grupo de investigación desarrolla y analiza modelos matemáticos, algoritmos y simulaciones en el "laboratorio in silico", pero en estrecha cooperación con "laboratorios húmedos", biológicos y médicos.

Dada la enorme cantidad de datos biológicos y médicos que ya existen y que pueden esperarse, parece haber suficiente trabajo para los biólogos matemáticos en las próximas décadas. Sin embargo, al tener que decidir por una dirección de carrera personal, no recomendaría una decisión basada en datos sino impulsada por intereses. Por ejemplo, al principio de mi carrera comencé a desarrollar modelos de autómatas celulares, aunque en ese momento no había mucha información biológica disponible para contrastarlos. Hoy sí disponemos de esos datos, y se pueden analizar con éxito dichos modelos, incluso los desarrollados mucho antes (ver A. Deutsch, S. Dormann, Modelado Autómático Celular de la Formación de Patrones Biológicos, Birkhauser, Boston, 2018).

Se puede encontrar más información sobre conferencias, currículos, escuelas y puestos vacantes en los sitios web de las dos sociedades líderes en este campo, la Sociedad Europea de Biología Matemática y Teórica (www.esmtb.org) y la Sociedad de Biología Matemática (www.smb.org). Un evento clave dentro del Año de la Biología Matemática es la XI Conferencia Europea de Biología Matemática y Teórica (Lisboa), que tiene lugar del 23 al 27 de julio de 2018.

Andreas Deutsch es director del departamento de Métodos Innovadores en Informática de la Technische Universität Dresden (Alemania). Tiene un diploma en matemáticas, un doctorado en biología y una habilitación en biología teórica.

Más información: https://tu-dresden.de/zih/die-einrichtung/struktur/andreas-deutsch

Traducción: Ágata Timón.

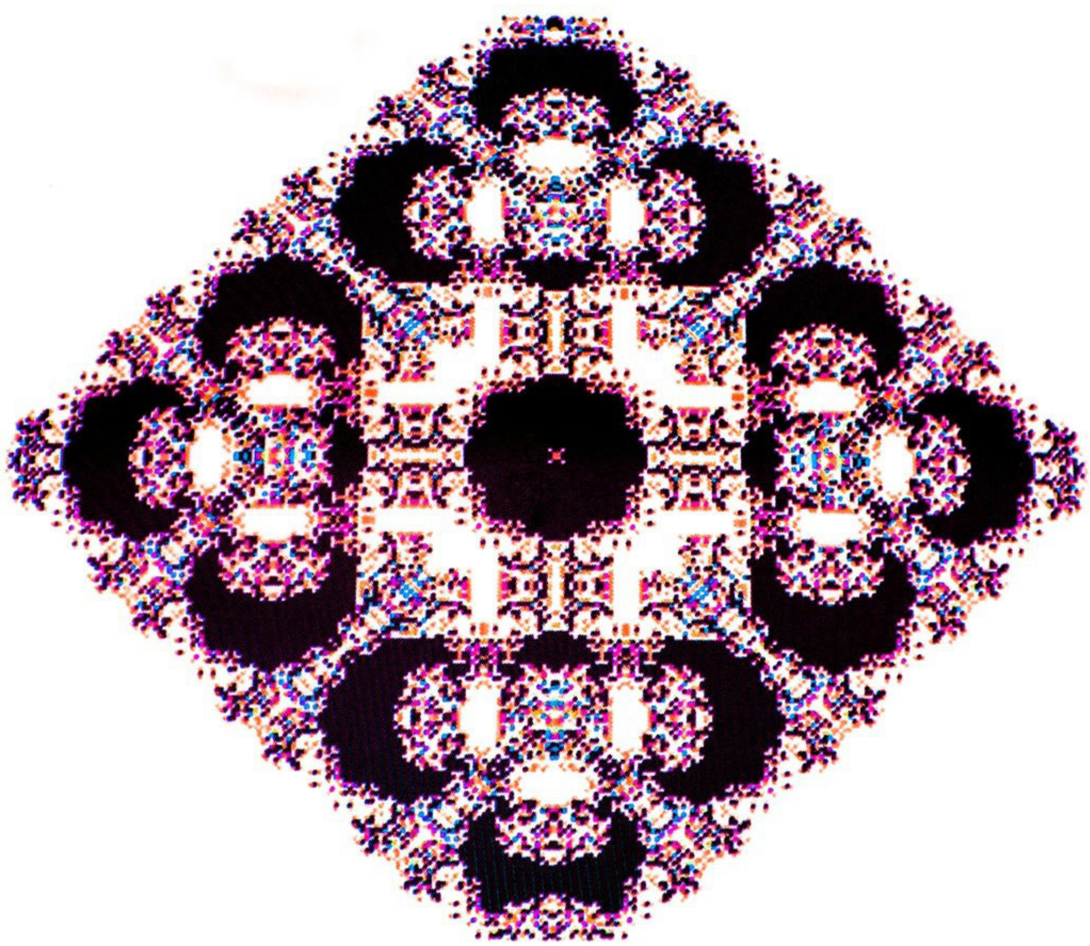


Imagen: Sergio Martínez de Austin, US

Imagen de un autómata celular.

ENTREVISTA: José Antonio Carrillo, investigador del Imperial College de Londres y, hasta diciembre de 2017, presidente del Comité de Matemáticas Aplicadas de la European Mathematical Society (EMS)

"Para las matemáticas, la biología es como fue la física a principios del siglo XIX, una fuente inagotable de problemas interesantes"

Imagen: José Antonio Carrillo

José Antonio Carrillo (Imperial College de Londres) ha sido uno de los impulsores de la celebración en 2018 del Año de la Biología Matemática.

José Antonio Carrillo es uno de los precursores de que 2018 se haya declarado el Año de la Biología Matemática, una iniciativa conjunta de la European Society for Mathematical and Theoretical Biology (ESMTB) y de la European Mathematical Society (EMS), del que fue presidente del Comité de Matemáticas Aplicadas entre 2014 y 2017. No es casualidad que su campo de investigación sean las ecuaciones diferenciales parciales, que como él mismo reivindica, "son una de las herramientas matemáticas más importantes para la modelización de la vida y de las ciencias socioeconómicas".

Desde 2012, Carrillo ocupa una cátedra en Análisis Aplicado y Numérico en el Imperial College de Londres. Anteriormente, de 1998 al 2000, fue Profesor de Investigación de la Institución Catalana de Investigación y Estudios Avanzados (ICREA) de la Universitat Autònoma de Barcelona. En ese mismo periodo, fue profesor en la Universidad de Texas en Austin (EE. UU.). Previamente, ocupó cargos de profesor asociado y titular en la Universidad de Granada, donde también hizo su doctorado.

Elvira del Pozo

La idea de reivindicar el papel de las matemáticas en la biología fue, en parte, suya. ¿Por qué?

Sí, fui uno de los precursores iniciales durante mi presidencia del Comité de Matemáticas Aplicadas de la EMS. Junto con otros colegas, propusimos celebrar algún tipo de actividad como consecuencia del creciente interés que suscita la parte de las matemáticas que intenta resolver problemas provenientes de la biología. Así que nos pusimos de acuerdo con la European Society for Mathematical and Theoretical Biology (ESMTB), que es la sociedad específica de matemáticas que se enfocan en biología, para organizar de manera conjunta una actividad que, por un lado, pusiera en valor lo que se ha alcanzado hasta ahora en este campo y, por el otro, que abriera un debate para identificar los retos para los próximos años.

Y esa actividad se convirtió en todo un año monotemático dedicado a esta disciplina. ¿Tan importante es?

Para las matemáticas, la biología es ahora como la física fue a principios del siglo XIX, un acicate, una fuente inagotable de problemas interesantes. Y pese a que no es nuevo, ya que se lleva más de cien años utilizando modelos matemáticos en, por ejemplo, las dinámicas de poblaciones, últimamente se está yendo más allá. Los modelos son cada vez más sofisticados e intentan explicar desde procesos biológicos microscópicos, como la interacción entre las células de un organismo, hasta procesos más macroscópico donde se trata de describir el comportamiento global del sistema. Todo esto está dando lugar a desarrollos bastante interesantes y aplicaciones novedosas.

¿Y por qué este *boom* especialmente ahora?

Es evidente el impacto del desarrollo de la capacidad computacional y del uso de datos numéricos sofisticados en problemas complicados, donde el número de variables es inmenso. También, ahora la biología se pregunta cosas que requieren el desarrollo de una matemática aplicada novedosa, completamente distinta a la que tradicionalmente venía demandando la física.

"Los modelos son cada vez más sofisticados: intentan explicar desde procesos biológicos microscópicos, como la interacción entre las células de un organismo, hasta procesos macroscópicos"

Si la biología *inspira* a las matemáticas, ¿cuál es la función de las matemáticas?

Las matemáticas permiten validar las hipótesis de trabajo. El rigor metodológico de los matemáticos es infinitamente valioso para descartar o avalar la suposición realizada por biólogos, neurocientíficos e investigadores en medicina. En cierto modo, es matematizar parte de la biología. El matemático crea un modelo que intenta explicar el fenómeno, basado en observaciones y experimentos. El primero que obtiene está muy alejado de la realidad pero, poco a poco, va incorporando mejoras y variables que no había considerado antes. Así, haciéndose nuevas preguntas, va construyendo un modelo que describe de la manera más fiable posible el fenómeno observado. En cierto modo, así comenzó también la modelización en física, en mecánica de medios continuos.

¿Qué tipo de matemáticas se usan?

Depende del tipo de pregunta que se hace el investigador. Se utilizan las ecuaciones diferenciales, ecuaciones en derivadas parciales, ecuaciones diferenciales con ruido, que es en lo que yo trabajo; pero hay multitud de tecnologías matemáticas.

Un ejemplo de éxito es la neurociencia computacional, que está experimentando un gran desarrollo.

Efectivamente. De hecho, conozco el trabajo de investigación que desarrolla el Centre de Recerca Matemàtica (CRM) de Barcelona. Está compuesto por un grupo bastante pluridisciplinar de físicos, neurocientíficos, biólogos y matemáticos que trabajan para intentar explicar la actividad de las neuronas en el cerebro. Hay muchos modelos muy sofisticados que intentan describir la formación de las señales eléctricas que emite una neurona.Otros intentan conocer la actividad de una parte del cerebro; en definitiva, cómo se comportan un conjunto que puede contener 10^9 neuronas. Para resolver este tipo de problemas, se necesitaría tener un modelo con, al menos, 10^9 submodelos de cada una de las neuronas. La complejidad es enorme. Por eso, se han desarrollado modelos matemáticos simplificados a partir de modelos reales microscópicos del comportamiento de neuronas y se estudian para ver si existen determinados patrones de actividad neuronal.

La investigación para aclarar ciertos mecanismos del cerebro recibió el Premio Nobel de Medicina en 2014.

Ese es un ejemplo dentro de neurociencia computacional en el que John O´Keefe, Edvard I. Moser y May-Britt Moser desarrollaron modelos basados en sistemas de ecuaciones diferenciales a partir de experimentos reales, con el objetivo de entender cómo nos orientamos en el espacio. Se dieron cuenta de que las ratas en el laboratorio eran capaces de reconstruir su movimiento en ausencia total de luz. ¿Cómo podían hacerlo si no tenían ninguna referencia? Descubrieron que una parte del cerebro del roedor tiene un tipo de neuronas que produce señales eléctricas que determinan ciertas localizaciones, lo que les permite trazar una especie de mapa interno del movimiento. Piensan que es el mismo mecanismo para los humanos, aunque no lo han podido demostrar todavía.

Parte de su investigación se centra en este campo.

Sí, actualmente estoy trabajando en matemática computacional sobre los modelos con los que trabajan los noruegos -Edvard I. Moser y May-BrittMoser-, de ecuaciones diferenciales estocásticas aplicados a la actividad en redes neuronales.

También se ha dedicado a otros aspectos de la biología matemática.

Sí, en concreto, a un aspecto muy particular del movimiento celular: la quimiotaxis -fenómeno mediante el cual las bacterias y otras células de organismos dirigen sus movimientos de acuerdo con la concentración de ciertas sustancias químicas en el medio ambiente-. Hay modelos matemáticos muy complejos que permiten entender los comportamientos típicos. También he estado involucrado en modelos de comportamiento colectivo. Por ejemplo, un banco de peces y una bandada de pájaros, ¿por qué se agrupan de esa forma? ¿Cómo se mueven de esa manera coordinada? Intentamos describir esos comportamientos a partir de modelos básicos donde se hacen hipótesis de cómo interactúan los individuos entre sí. Por ejemplo, el comportamiento de los transeúntes en la calle Preciados, en el centro de Madrid, durante las Navidades. La gente evita chocarse, no estar muy cerca del resto y, como la gente es social, tiende a moverse en grupo, por lo que tiene una atracción hacia ciertos individuos. También suelen coordinarse con el resto, siguiendo al que está delante y formando de manera natural dos carriles, cada uno con un sentido.

"El rigor de los matemáticos es muy valioso para descartar o avalar la suposición realizada por otros científicos"

¿Qué otros campos de la biología pueden beneficiarse de la interacción con las matemáticas?

Otro campo interesante es la predicción de los cánceres, que está experimentando mucho auge. Hay mucha gente, tanto en España como en Europa, trabajando en modelos de comportamiento de las células cancerosas. Estos dan una información valiosa para hacer quimioterapias y otro tipo de tratamientos más eficaces.

¿Y dentro de la climatología, la ecología, la dinámica de poblaciones...?

En todos ellos, las matemáticas son muy importantes. De hecho, la dinámica de poblaciones es una de las áreas con más tradición matemática y la que posiblemente dio origen a lo que ahora llamamos biología matemática moderna. Hay grupos muy importantes en España trabajando en este tema.

REPORTAJE: De malditas a deseadas

"De malditas a deseadas"

Las matemáticas se han convertido en los últimos años en una de las disciplinas favoritas de los estudiantes universitarios

Imagen: Fundación BBVA

Cada vez más estudiantes escogen Matemática como carrera universitaria.

Ignacio Fernández Bayo. "A mí las matemáticas me gustan desde pequeña, quizás por influencia de mi hermano, que es diez años mayor que yo y también matemático, pero siempre me ha gustado resolver problemas", dice Ángela Capel, que actualmente realiza su tesis doctoral en el Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT). Ángela, como su compañero David Alfaya, responde al modelo de estudiante de matemáticas tradicional, el que adora la ciencia de los números y tiene una vocación clara. Son un grupo minoritario, que contrasta fuertemente con esa masa de estudiantes de secundaria que se atragantan con las *malditas* matemáticas. Tan minoritario que durante muchos años la demanda de la carrera fue tan escasa que las notas de corte para acceder a ella estaban en el mínimo; bastaba con un cinco. Ahora, y desde hace pocos años, las tornas se han dado la vuelta por completo y algunas variantes de la titulación encabezan, incluso, la lista de las carreras de más difícil acceso.

"Hemos pasado de tener siempre plazas libres a una ocupación del 90 por ciento o más y esto está ocurriendo en todas las universidades", dice Margarita Arias, profesora de la Universidad de Granada y responsable de la secretaría de la Conferencia de Decanos de Matemáticas. "Creo que las dobles titulaciones han hecho un buen trabajo, tanto la de Informática y Matemáticas como la de Física y Matemáticas, que tiene la nota de corte más alta (13,8 sobre 14)", añade.

Las dobles titulaciones han resuelto un dilema al que muchos estudiantes se enfrentaban, porque dudaban entre Física y Matemáticas. Es el caso de Patricia Contreras, doctoranda del ICMAT. "Yo hice el doble grado en Inglaterra porque me interesaban todas las ciencias. Si hubiera podido, habría hecho un cuádruple grado", dice. Como ella, muchos estudiantes que se veían en la frontera pudieron satisfacer sus deseos con las carreras *dos en uno*. Su compañero Roi Naveiro siguió un proceso más complejo, "empecé Medicina por influencia paterna, luego me pasé a Físicas e hice un máster en Física Teórica, de ahí salté a las Matemáticas porque vi que tenían más salidas".

Y es que, al final, el auge de la demanda se explica principalmente por las numerosas salidas profesionales que tienen estos grados. La utilidad de las matemáticas en todo tipo de ámbitos y actividades se ha ido poniendo de manifiesto de forma progresiva y los datos indican que los titulados en esta disciplina encuentran trabajo con facilidad en todo tipo de sectores. "Yo llevo 30 años en secundaria y he visto siempre que hay un sector muy minoritario al que le gustan las matemáticas y no le importan otras consideraciones. Luego están los que tienen vocación científica y eligen la carrera por sus salidas profesionales. Cuando las cosas pintaban bien, las ingenierías acaparaban a estos alumnos, pero en los últimos años han empezado a tener más complicadas las salidas laborales, excepto los aeronáuticos, y si tienen trabajo es saliendo al extranjero, mientras que las matemáticas tienen ahora unas salidas que antes no tenían", dice Onofre Monzó, presidente de la Federación de Sociedades de Profesores de Matemáticas.

Tradicionalmente se ha dicho que hay tres tipos de estudiantes de secundaria: los que adoran las matemáticas, que siempre han sido y siguen siendo una minoría; los que las detestan, un abultado grupo, y los que se encuentran en un terreno intermedio. Y es en esa franja central donde se ha producido el cambio. "Antes, la licenciatura en Matemáticas era dura y solo se planteaban dos opciones profesionales, optar por la investigación y tratar de conseguir una plaza en la universidad o la enseñanza secundaria; ahora se van a la industria y a las empresas de servicios", añade Monzó.

Este cambio de perspectiva también tiene sus inconvenientes. "Como se ha abierto el abanico de posibilidades, ha descendido el número de los que quieren dedicarse a la enseñanza secundaria y desde las asociaciones nos piden que promovamos esa vocación docente", dice Margarita Arias. Otro riesgo es que con frecuencia consiguen empleo antes de finalizar los estudios, como antes ocurría con las ingenierías, y muchos no terminan la carrera.

El sector financiero fue de los pioneros en empezar a contratar matemáticos, y la experiencia parece haber sido buena porque la demanda no ha dejado de crecer para dedicarse al análisis de mercados e inversiones, modelización y otras tareas de la banca. Otro sector en auge que demanda masivamente matemáticos es el del *big data*, cuya aplicación se diversifica por numerosos sectores de la industria, los servicios, el comercio y las comunicaciones. La doble titulación en Matemáticas e Informática tiene una clara vocación profesional ligada a las nuevas tecnologías, que afectan prácticamente a todos los sectores económicos.

Los que deciden hacer la doble titulación con Físicas y los que cursan solo Matemáticas suelen tener, en cambio, una clara vocación académica e investigadora. Son los que al acabar el grado optan por el doctorado, como en el caso de Ángela, David, Roi y Patricia. "Siempre tuve claro que quería hacer investigación -comenta David Alfaya-. La abstracción y resolver problemas me apasiona". Pero no basta con la vocación, porque la realidad es que el número de plazas disponibles para la carrera investigadora prácticamente no se ha modificado. Después de siete años concatenando becas, David, a punto de terminar su tesis, anda buscando dónde hacer su postdoc. "Hay pocas oportunidades en España, aunque es mejor hacerlo en el extranjero. Pero hay mucha competencia, en Francia para una plaza había cien candidatos".

Ángela Capel también posee una clara vocación investigadora. "Tenía dudas entre Físicas y Matemáticas porque me gustaban mucho las dos, y por entonces no existía el doble grado". Durante los primeros años simultaneó ambas carreras hasta decantarse por las matemáticas. A un año y medio de terminar la tesis, tiene las mismas dudas que David sobre su futuro, por la escasez de plazas. "Sigo con la ilusión de poder seguir en el mundo de la investigación, pero no sé si podré, así que no me cierro a otras posibilidades, tanto en la empresa como en la docencia en institutos, aunque no soy tan vocacional en ese sentido".


Imagen: Fundación BBVA

Jóvenes estudiantes de doctorado durante el congreso BYMAT.

Menos claro lo tenía Patricia Contreras, que incluso coqueteó con la Filosofía de la Física cursando un máster en Oxford. El Brexit y una cierta dosis de añoranza la devolvieron a España, donde buscó y encontró un grupo de investigación con el que hacer la tesis, el de David Pérez (Universidad Complutense-ICMAT). "Tuve suerte porque conseguí una beca FPI. Llevo ya tres años y me quedan otros dos. Empecé queriendo hacer investigación a toda costa, pero ahora veo otras opciones laborales que surgen. No sé qué haré cuando acabe, la verdad".

Por su parte, Roi Naveiro siempre ha navegado entre dos aguas y no descarta ninguna opción. "No me cierro a nada y cuando acabe la tesis, dentro de dos años y medio, ya veré qué oportunidades tengo. Tengo la suerte de que me suele gustar lo que hago". Ya cruzó una vez la frontera entre la física y las matemáticas y no le costaría volver a traspasarla en sentido contrario. De todos modos, asegura que le gusta la investigación pero que puede plantearse estar en otros sitios sin problema.

Las diferentes perspectivas laborales también influyen en las plazas ofertadas por las universidades. "En mi opinión personal, Física y Matemáticas está más orientada a la investigación y por eso son grupos más reducidos -normalmente unas veinte plazas- mientras que en Informática y Matemáticas en la Universidad de Granada ofrecemos 50 y en Matemáticas puras, 100", dice Margarita Arias.

El incremento de la demanda ha hecho subir las notas de corte, pero, según Arias, también la subida de corte ha hecho crecer la demanda porque le ha dado prestigio a las Matemáticas. "Ha tenido un efecto llamada en muchos padres. Cuando veían que Matemáticas bastaba con un cinco para entrar pensaban que igual su hijo estaba desperdiciando aquí su capacidad; ahora piensan lo contrario".

También ha contribuido al auge de la disciplina su mayor presencia en los medios de comunicación. "Creo que se ha hecho una buena labor de promoción de las matemáticas y ahora es fácil encontrar noticias en los medios, cuando hace unos años no era así. Eso ha hecho que las matemáticas se vean como algo provechoso", dice Arias.

Otro elemento que ha contribuido a convertir las matemáticas en objeto de deseo han sido las actuaciones que se llevan a cabo en secundaria. Quizás no es casual que David y Ángela, que según dicen tenían una vocación más clara que Patricia y Roi, pasaran por estas experiencias que contribuyen a despertar la vocación, como el programa de Estímulo del Talento Matemático (Estalmat) y las Olimpiadas Matemáticas. Según Monzó, que colabora con el programa Estalmat en Valencia, se nota que "el nivel va mejorando porque estas actividades tienen un componente lúdico y de visualización y divulgación más allá del componente de estudio. Y las Olimpiadas propician que se creen grupos, equipos, en los que se preparan. Los que quedan al final son buenos, excelentes".

Para algunos alumnos de secundaria, las matemáticas siguen siendo un *coco* del que huyen despavoridos, pero cada vez más estudiantes descubren la magia de la ciencia de los números y del pensamiento lógico, en una sociedad que valora cada vez más la disciplina y a sus ejercientes. El coletazo de las perspectivas laborales que ahora ofrecen ha sido la guinda que explica que hayan pasado de malditas a deseadas.

"Ahora las ideas van a salir de la propia gente. Nosotros vamos a dar el empujón, pero habrá otras personas que aporten su visión", dice Roi. Además, para que haya una continuidad, se está creando la Red BYMAT, abierta a todos los jóvenes matemáticos, un concepto difuso, porque, como comenta Patricia, "no corresponde con una determinada edad natural sino con una edad académica. Entendemos que los estudiantes de grado, máster, doctorado y los postdoc tienen una problemática común que un catedrático, no".

Imagen: Fundación BBVA

De izquierda a derecha: David Alfaya, Ángela Capel, Roi Naveiro, Patricia Contreras y Jesús Ocáriz, los estudiantes del ICMAT que organizaron el primer congreso BYMAT.

BYMAT, los jóvenes matemáticos en busca de su futuro

Ángela Capel, Patricia Contreras y Roi Naveiro, junto a sus compañeros Jesús Ocáriz y David Alfaya, todos doctorandos en el ICMAT, organizaron el pasado mes de mayo una reunión para debatir sobre el futuro de los doctorandos y los recién graduados. "Todo empezó después de una estancia que hice en París, donde los estudiantes de doctorado, postdocs y sénior teníamos todas las tardes una reunión, tomando un café, para conocernos, intercambiar opiniones y hablar de las oportunidades que salían. Hice muchos contactos y al volver a Madrid planteé hacer algo similar", dice Ángela. Y Patricia añade que "no conocíamos a muchos doctorandos, ni de Madrid ni del resto de España, a veces ni siquiera al vecino de despacho. Había un problema. Por otro lado, vimos que no todos podíamos tener un puesto en investigación, y queríamos saber qué alternativas tenemos".

Así nació *Bringing Young MathematiciansTogether*, BYMAT. Aunque la pretensión inicial era modesta, la idea debía tener una razón de ser subyacente mucho más amplia e importante porque la convocatoria fue creciendo a nivel nacional, y luego por otros países, alcanzando una dimensión que les sorprendió. La ayuda prestada por el ICMAT y la Fundación BBVA, que aportó apoyo financiero, permitió que la reunión desbordara los límites iniciales. Al final, acudieron 181 participantes, de 78 instituciones (38 de ellas extranjeras) y 13 países diferentes, entre ellos Marruecos, India, Ghana, Brasil, México... Durante tres días, entre el 7 y el 9 de mayo, tuvieron ocasión de debatir y de escuchar a numerosos ponentes que les hablaron de las diferentes perspectivas profesionales que hoy tienen a su alcance los matemáticos.

"La idea era hacer un congreso transversal, donde hubiera charlas plenarias de diferentes ámbitos y también talleres y mesas redondas. Hubo ponentes de muchos sectores distintos", comenta David. También se abordó el tema de la comunicación y la divulgación científica, porque, como añade Roi, "tenemos que hacer ver a la sociedad que estamos aquí y que valoren las matemáticas". Y Patricia apostilla que "la sociedad tiene que darse cuenta de que lo que sabemos hacer es resolver problemas".

El éxito del congreso ha hecho que se plantee su continuidad. Ya está en marcha BYMAT 2, un espacio para compartir problemas, debatir sobre cómo llegar a la sociedad y otras cuestiones.

ARTÍCULO: Las matemáticas del sistema inmunológico

Los linfocitos T son células que forman parte del sistema inmune del cuerpo humano. Sus procesos de creación y maduración son especialmente delicados, ya que cualquier fallo puede derivar en problemas graves para el individuo, como leucemias y otras enfermedades autoinmunes. En los últimos años, las ecuaciones diferenciales han resultado ser la clave de los modelos matemáticos de poblaciones empleados para estudiar y comprender estos mecanismos.

Carmen Molina París y Ágata Timón. Los linfocitos T participan en la respuesta *inmune adaptativa*, la segunda etapa de acción del sistema inmunológico para proteger al organismo de las infecciones causadas por virus, bacterias y toda clase de patógenos. Antes, células (como los macrófagos y neutrófilos) y moléculas (como los interferones) localizadas en las mucosas y en la piel, los tejidos más expuestos a una infección, ofrecen una respuesta inmune no específica; es decir es, más o menos, independiente del patógeno que causa la infección.

En la segunda fase, los linfocitos T transmiten la señal de alarma a los linfocitos B (capaces de secretar anticuerpos) y matan a las células que han sido infectadas por el patógeno causante de la infección. Los linfocitos T se encuentran en la sangre, la linfa y los nodos linfáticos, recirculando constantemente para llevar a cabo su labor de vigilancia. Se crean en la médula ósea, a partir de células madre hematopoyéticas. Estas células madre se convierten en precursoras de los linfocitos T mediante la *selección tímica,* un proceso de diferenciación celular que dura aproximadamente tres semanas y tiene lugar en el timo (órgano linfoide). En esta maduración tímica intervienen una serie de moléculas y otras células (las epiteliales del timo) que señalizan a los pre-linfocitos T o timocitos.

Los errores en la selección tímica pueden dar lugar a leucemias, enfermedades autoinmunes o insuficiencias inmunes. Por lo tanto, es importante entender cuáles son los mecanismos moleculares y celulares involucrados. Para ello, los científicos emplean modelos matemáticos de poblaciones, que permiten simular el proceso y obtener información de forma no invasiva.

Los modelos describen la evolución de cada uno de los timocitos durante todo el proceso de maduración. En cada instante, una célula dada puede (1) morir, (2) dividirse y dar lugar a dos células hijas o (3) diferenciarse y dar origen a una célula diferente. Es de gran importancia entender tanto la cinética de este proceso, como el dónde y cuándo recibe cada timocito una señal que le indica la opción que ha de seguir. Estas señales dependen tanto de las células epiteliales del timo, en particular del tipo de moléculas (antígenos) que tengan en su membrana celular, como del tipo de receptor T que el timocito muestre en su superficie. Es precisamente la interacción entre los receptores T de un timocito y los antígenos de las células epiteliales lo que determina el futuro de dicho timocito.

Si la interacción es de gran afinidad bioquímica, el timocito ha de morir por apoptosis (muerte celular programada); si la afinidad es muy pequeña o nula, la muerte es por "negligencia"; en el caso de afinidades intermedias, el timocito sufre un proceso de diferenciación y continúa la maduración. Para cuantificar la cinética de la selección tímica necesitamos introducir tasas de muerte (la frecuencia con la que un timocito recibe una señal de muerte) y tasas de diferenciación o proliferación (la frecuencia con la que un timocito recibe una señal de diferenciación o de división celular) en el modelo.

Conocer estas tasas permitiría predecir, por ejemplo, el tiempo medio que un timocito pasa en cada fase del proceso de maduración tímica. Sin embargo, no es posible determinarlas de manera experimental, ya que eso requeriría observar la trayectoria de cada pre-linfocito T en el timo y las técnicas de microscopía actuales, como la de dos fotones (*two photon imaging*), solamente permiten hacerlo durante una hora como máximo, lo que es un periodo muy inferior a las escalas de tiempo del proceso tímico (varios días).

Las matemáticas brindan herramientas precisas para describir poblaciones de células y sus cambios en el tiempo, mediante modelos deterministas de poblaciones. En esencia, estos modelos describen la evolución temporal de la población. Si se supone que la población consta de un cierto número de individuos en el inicio, la ecuación describe cuántos habrá un poco después y si la población ha cambiado por migración, por muerte o por nacimiento de nuevos individuos. Cada modelo de población dependerá de lo que se defina como mecanismo de migración (por ejemplo, un flujo constante o no de individuos), de muerte y de nacimiento.

Las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) permiten describir en cada instante de tiempo el número de timocitos que hay en cada fase de maduración. Los modelos matemáticos de poblaciones incorporan las tasas de muerte, diferenciación y división, que caracterizan el proceso de selección tímica.

Consideremos el modelo básico de la figura, que describe cuatro poblaciones de timocitos, desde su primera fase hasta la última. Los parámetros necesarios son: el flujo de entrada en el timo desde la médula ósea (φ), las tasas de muerte de cada población (μ), las tasas de diferenciación (ϕ), las tasas de proliferación (λ) y las tasas de migración a la sangre de los linfocitos que han sobrevivido todo el proceso (ξ).

En este modelo se supone que el proceso de maduración en el timo sigue el curso siguiente: la población de timocitos en el estado pre-DP (población 1) recibe un flujo de células madre φ. Estos timocitos tienen dos destinos posibles: diferenciación a la población post-DP (población 2) (con tasa ϕ_1 por célula) o muerte (con tasa μ_1 por célula). Los timocitos post-DP tienen tres destinos posibles: diferenciación a la población CD4 SP (población 4) (con tasa ϕ_4 por célula), diferenciación a la población CD8 SP (población 8) (con tasa ϕ_8 por célula) o muerte (con tasa μ_2 por célula). Finalmente, los timocitos CD4 o CD8 SP tienen tres destinos posibles: madurar y migrar del timo a la sangre (con tasa ξ_4 o ξ_8 por célula, respectivamente), muerte (con tasa μ_4 o μ_8 por célula), o división (con tasa λ_4 o λ_8 por célula).

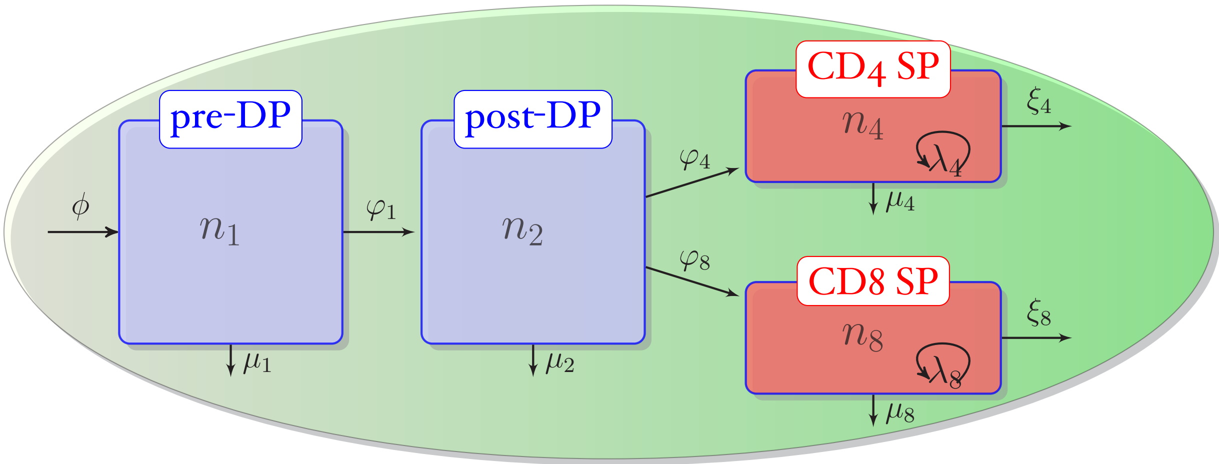


Imagen: Universidad de Leeds

El modelo, desarrollado por Carmen Molina París, describe la evolución de cuatro poblaciones de timocitos.

Los datos experimentales que requiere el modelo para determinar sus parámetros son el número de timocitos de cada población en distintos instantes de tiempo. Las ventajas del modelo son su sencillez, su relación directa con las variables determinadas experimentalmente (el número de células de cada población) y el hecho de que desde un punto de vista matemático estos modelos han sido muy estudiados. Las limitaciones del modelo derivan también de su simplicidad: se supone que el proceso no es reversible, que es determinista y no aleatorio. Además todos los timocitos se comportan de manera idéntica; es decir, el modelo no considera la posible heterogeneidad celular, aunque sabemos que existe.

En colaboración con Kris Hogquist, catedrática de la Universidad de Minnesota y experta en el desarrollo tímico, hemos desarrollado una línea de investigación en el estudio de la selección tímica en ratones. Uniendo sus datos experimentales con nuestro modelo básico, hemos determinado que el 66% de los timocitos de la población 1 (pre-DP) mueren por negligencia, el 92% de los timocitos de la población 2 (post-DP) mueren por apoptosis (muerte programada), un 5% pasa a la fase CD4 SP y un 3% a la CD8 SP. También hemos podido estimar que un 46% de los timocitos de la fase CD4 SP (población 4) se divide una vez antes de morir o de migrar a la sangre dejando el timo. En el caso de los timocitos de la fase CD8 SP este porcentaje se reduce al 27%. Nuestro estudio concluye que menos del 9% de los pre-linfocitos T que comienza el proceso de maduración tímica logra llegar al final. Sin embargo, este modelo matemático no considera los posibles efectos estocásticos y las heterogeneidades celulares que caracterizan a todos los procesos biológicos.

Este es uno de los muchos ejemplos de aplicaciones de las matemáticas a la inmunología. Otras incluyen el estudio de las poblaciones de linfocitos T durante una respuesta inmune a un virus o a tumores. Todavía queda mucho por hacer: un gran reto actual es entender tanto la dinámica como los mecanismos moleculares de las respuestas inmunes en tumores y así mejorar las terapias inmunes existentes contra el cáncer. Para los matemáticos, un desafío importante es cómo describir procesos biológicos a nivel de células individuales (y no a nivel de población) y ser capaces de modelar la heterogeneidad de cada célula en una población de interés.

Imagen: Universidad de Leeds

***Carmen Molina París* es catedrática en el Departamento de Matemáticas Aplicadas de la Universidad de Leeds (Reino Unido). Licenciada en Física Teórica por la Universidad de Granada, hizo el doctorado en Teoría Cuántica de Campos bajo la supervisión de Bryce DeWitt en el Centro de Relatividad de la Universidad de Texas en Austin, EE. UU. Tras una estancia postdoctoral de tres años en el Laboratorio Nacional de Los Álamos, volvió a España en el año 2000. Llegó a la Universidad de Warwick en octubre de 2001 por azar, donde comenzó su introducción a las matemáticas y la inmunología. En septiembre de 2002, ya como profesora titular en la Escuela de Matemáticas de la Universidad de Leeds, formó un grupo nuevo de investigación en Inmunología Matemática. Actualmente, se dedica a desarrollar modelos matemáticos, en estrecha colaboración con inmunólogos, que permitan comprender los mecanismos moleculares y celulares que dan lugar a las respuestas inmunitarias. Para describir la evolución temporal y la heterogeneidad de las diferentes poblaciones de células inmunitarias, una herramienta extremadamente útil son los procesos estocásticos de Markov. Ha sido coordinadora de tres proyectos europeos del programa marco FP7 y a partir de septiembre de 2018 será coordinadora de la red de formación innovadora Marie Skłodowska Curie en inmunología e inmunoterapia cuantitativas de células T (QuanTII).**

CUESTIONARIO ICMAT: Benoit Perthame (Universidad de La Sorbonne)

"Las matemáticas tratan de explicar las observaciones de los biólogos"

Imagen: Benoit Perthame

Benoit Perthame trata de responder preguntas que surgen en las ciencias de la vida, mediante herramientas matemáticas.

Benoit Perthame nació en Francia el 23 de junio de 1959. Estudió matemáticas en la École Normale Supérieure (París). En 1982 obtuvo su doctorado en la Universidad de París Dauphine bajo la supervisión de Pierre-Louis Lions. Actualmente, es profesor de Matemáticas Aplicadas en la Universidad de la Sorbonne.

Ágata Timón

¿Por qué escogió estudiar Matemáticas?

Estuve dudando entre Matemáticas y Física, pero las matemáticas me resultaron más atractivas; principalmente por mis profesores y también porque me proporcionaban herramientas para comprender la física.

Además de las matemáticas, ¿qué otras actividades le gustan?

¿Quién dijo "Mi principal preocupación es dedicar algo del tiempo de mi investigación a mis alumnos y reservar algo del tiempo de mis alumnos para mi familia"?

¿Una película, libro o juego que recomendaría?

El libro *Armas, gérmenes y acero,* de Jared Diamond.

¿Cómo fue su primera experiencia en la investigación matemática?

Comencé a investigar en el campo del control estocástico en mi tesis de máster y luego seguí en el doctorado. Es un campo muy amplio que entonces estaba apareciendo con la noción de soluciones de viscosidad. Era un momento efervescente, surgían muchas nuevas ideas. Después de eso, me centré en estudiar preguntas motivadas por la física cinética (plasmas, fluidos) y por el análisis multi-escala.

¿Cómo se interesó por la biología?

A fines de la década de 1990 me di cuenta de que había muchos equipos de investigación involucrados en todas las áreas de la física, pero había muy pocos trabajando en problemas de biología. Así que decidí hacerlo yo, y comencé a interesarme por el modelado en los diversos campos de las ciencias de la vida.

¿Qué destacaría de sus primeras experiencias con la investigación en biología matemática?

Descubrí que la forma de pensar en biología es muy diferente a la de la física. Los modelos no están bien establecidos, y las matemáticas deben dar información sobre comportamientos cualitativos en lugar de números exactos, los coeficientes no son fijos (la adaptación de los organismos es importante). Detrás de estas preguntas surgen varias teorías como la formación de patrones, las olas, la cuantificación de la incertidumbre, las inestabilidades y la teoría asintótica (porque uno siempre aprende más de los casos extremos que del comportamiento normal).

¿Cómo es la relación entre matemáticos y biólogos?

La mayoría de los biólogos son científicos experimentales cuyo objetivo es descubrir nuevos fenómenos y nuevas observaciones. Las matemáticas (el modelado) aparecen en un segundo paso, cuando se trata de explicar estas observaciones, cuando son confirmadas por varios experimentos en diferentes condiciones, y son generalmente bienvenidas. Actualmente existe una tendencia a organizar equipos de físicos y biólogos que trabajan sobre materia viva. En esos casos el contacto es mucho más fácil.

¿Qué científico le ha impresionado más durante su carrera?

En la primera mitad del siglo XX hay dos resultados muy destacables en el área de ecuaciones en derivadas parciales (PDE). El primero, el teorema de Lax-Milgram, que te dice que resolver teóricamente una PDE elíptica es construir un espacio de Hilbert y que, para resolverla numéricamente, necesitas llenar bien ese espacio de Hilbert en dimensión finita. Y en segundo lugar, el mecanismo de inestabilidad de Turing, que asegura que la difusión puede desestabilizar un sistema dinámico estable.

Si pudiera discutir durante una hora con un científico, ¿a quién elegiría y qué discutiría?

Como jefe de mi laboratorio, necesito cierto pragmatismo y debo organizar las discusiones por adelantado, pero solo cuando sean relevantes.

¿Tiene un teorema o fórmula favoritos?

Me gustan las ecuaciones para las neuronas de Catherine Morris y Harold Lecar. Dan una estructura notablemente simple que, si se ve de manera abstracta, contiene muchos otros modelos.

¿Cuál es su libro preferido de matemáticas y biología?

Biología matemática, de Jim Murray. En un estilo diferente, el libro de J. Jost, *Métodos matemáticos en biología y neurobiología* también es notable.

¿Cómo describiría su trabajo de investigación en pocas palabras?

Me interesa descubrir el interés matemático detrás de preguntas que surgen en las ciencias de la vida.

¿Qué resultados recientes destacaría de su campo?

Me gusta especialmente la amplia actividad desarrollada en torno a los métodos asintóticos para describir la evolución basada en mutaciones y procesos de selección, desde los modelos basados en agentes estocásticos, hasta el punto de vista de la población. Este tema es relevante en toda la biología y matemáticamente profundo y muy diverso.

¿Cuál cree que es el gran reto de la biología matemática?

Comprender las estructuras y las soluciones matemáticas que están detrás de las diferentes perspectivas de los neurofísicos sobre los ensambles neuronales, los modelos de campo medio y los procesos de aprendizaje.

¿De qué otros temas de biología matemática fuera de su campo le gustaría saber más?

Sobre biología del desarrollo: combinación de genes, crecimiento, geometría y mecánica.

¿En el futuro, dónde cree que la interacción entre las matemáticas y la biología puede ser más fructífera?

Me parece que las preguntas de la biología moderna, basadas en las observaciones actuales, tratan sobre las moléculas y la forma en que organizan la dinámica y el comportamiento celular en su entorno.

Este año es el Año Internacional de Biología Matemática, ¿cuál cree que es la principal utilidad de esta celebración?

Muestra que la comunidad matemática ha aceptado la idea de que la biología también ofrece nuevos retos matemáticos interesantes.

CUÉNTAME TU TESIS: Beatriz Pascual Escudero

Imagen: Beatriz Pascual

Beatriz Pascual Escudero investiga posibles conexiones entre invariantes de singularidades que surgen en términos del espacio de arcos de una variedad y la información (los invariantes) que se suele usar para definir algoritmos de resolución.

Título de la tesis: "Resolución algorítmica de singularidades y sucesiones de multiplicidades de Nash".

Autora: Beatriz Pascual Escudero (ICMAT-UAM).

Directores: Ana Bravo (ICMAT-UAM) y Santiago Encinas (Universidad de Valladolid).

Fecha: enero de 2018.

Beatriz Pascual Escudero. Las *variedades algebraicas* son el principal objeto de interés de la geometría algebraica. En su versión más sencilla, una variedad algebraica (afín) de dimensión n sobre un cuerpo k es sencillamente el conjunto de soluciones de una colección finita de polinomios en n variables con coeficientes en el cuerpo k. Por ejemplo, $X = \{(x, y, z) \in C^3: x^2 + z^3 - y^2z^2 = 0\}$ es una variedad algebraica (de dimensión dos) sobre el cuerpo de los números complejos. Además, se le suele pedir que sea irreducible, es decir, que no pueda ser escrita como la unión de otras variedades (en caso contrario, estas otras variedades serían lo que llamaríamos sus *componentes irreducibles*).

Las singularidades normalmente suponen un obstáculo para la aplicación de muchos resultados que son conocidos cuando no aparecen singularidades, lo que supone que requieran una especial atención respecto al resto de puntos. Por ello, son objeto de estudio desde diversas ramas de las matemáticas. Desde un punto de vista geométrico, los puntos singulares de una variedad son aquellos donde la dimensión del espacio tangente es mayor que la de la propia variedad; desde el punto de vista algebraico, los puntos singulares corresponden a raíces múltiples de polinomios; en álgebra conmutativa, los puntos singulares se corresponden con anillos locales no regulares. Una variedad algebraica se dice singular si tiene puntos singulares.

En concreto, muchos resultados de geometría algebraica solo han sido demostrados para los puntos no singulares de una variedad. Una posible vía para extender estos resultados a variedades singulares es aproximando cada variedad singular X por una no singular X' que difiera de la anterior únicamente en los puntos singulares y desde la que se pueda definir un cierto tipo de función $X' \rightarrow X$ a la variedad singular. Esta función debe respetar la estructura de variedad, siendo lo que llamamos un morfismo, y además se le exigen ciertas propiedades adicionales. Así, para extender algunos resultados a todo tipo de variedades, bastaría probar que son ciertos para cualquier variedad no singular X', así como para cualquier variedad con la que X' se pueda relacionar mediante uno de estos morfismos.

El llamado *Problema de resolución de singularidades* pregunta si para cualquier variedad singular se puede encontrar siempre un morfismo de este tipo, desde una variedad no singular. Más concretamente, dada una variedad algebraica definida sobre algún cuerpo k, una *resolución de singularidades de X* es una variedad no singular X' junto con un morfismo *propio* y *birracional* $X' \rightarrow X$. Al decir *birracional* nos referimos a que existan conjuntos abiertos densos de X y X' donde el morfismo sea un isomorfismo, es decir, pedimos que este morfismo sea biyectivo en todos los puntos salvo en un subconjunto relativamente pequeño. La condición de ser *propio* garantiza que es posible extender muchas propiedades de X' a X. Se suele pedir también que defina un isomorfismo, concretamente, fuera de los puntos singulares de X (los cuales, de hecho, resultan ser un conjunto relativamente pequeño). Un tipo de morfismo que encaja en esta descripción es lo que llamamos una *explosión*: un morfismo (birracional y propio) que transforma los puntos de un cierto subconjunto cerrado de X, denominado *centro de la explosión*, en un subconjunto de X', llamado *divisor excepcional*. La *explosión* establece, sin embargo, una aplicación uno a uno entre los puntos de X que no están en el centro y los de X' que no están en el divisor excepcional.

Responder afirmativamente al problema de resolución de singularidades abriría la posibilidad de extender al caso general muchos resultados de la geometría algebraica que solo se saben ciertos para variedades no singulares. Además, la resolución de singularidades se usa como herramienta en algunas otras demostraciones, y una respuesta afirmativa permitiría probar algunos resultados en campos como la integración motívica y la positividad. Por ejemplo, algunas identidades de tipo Lojasiewicz se prueban utilizando resolución de singularidades.

Actualmente, se sabe que la resolución de singularidades existe siempre que la variedad X esté definida sobre un cuerpo de *característica cero* (como los complejos, los racionales, etc.). Este resultado es un teorema del matemático japonés Heisuke Hironaka (1964), por el que obtuvo la medalla Fields en 1970. Para cuerpos de característica positiva se conocen algunos resultados parciales (gracias a Shreeram S. Abhyankar, Joseph Lipman, Vicent Cossart-Olivier Piltant, Ana Bravo-Orlando E. Villamayor, Angélica Benito-Orlando E. Villamayor y Hiraku Kawanoue-Kenji Matsuki entre otros), pero el caso general es todavía un problema abierto.

La respuesta que dio Hironaka al problema en característica cero es que, para cualquier variedad, se puede encontrar una resolución de singularidades (la cual de hecho no es única), definida como una sucesión de transformaciones, en concreto de explosiones en centros que sean subconjuntos cerrados no singulares. Sin embargo, la prueba de Hironaka solo afirma que existe una sucesión de explosiones así, sin dar ningún procedimiento que permita definirla. Posteriormente han ido apareciendo otros resultados, algunos de ellos constructivos, como los de Orlando E. Villamayor, Edward Bierstone-Pierre D. Milman, y más tarde otros como los de Santiago Encinas-Orlando E. Villamayor, Santiago Encinas-Herwig Hauser, Jaroslaw Włodarczyk y János Kollár.

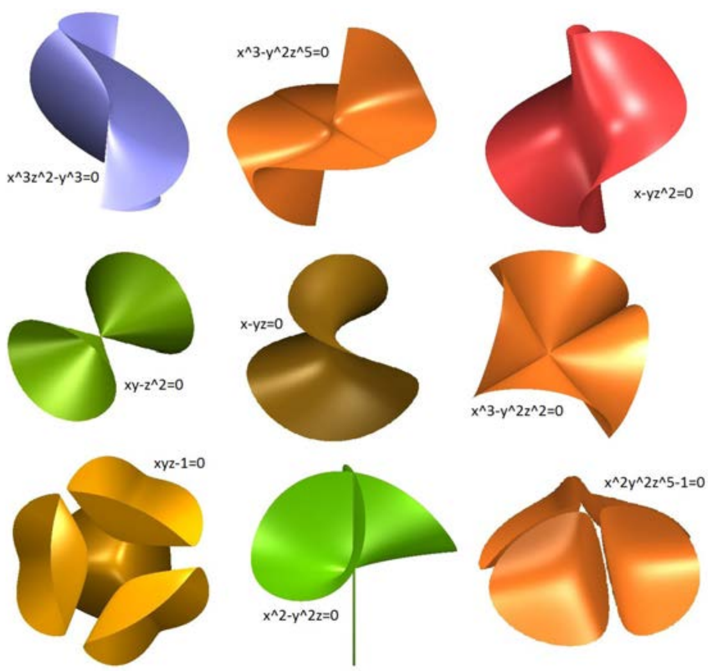
La llamada *Resolución constructiva (o algorítmica) de singularidades* pretende diseñar un algoritmo que, para cualquier variedad, determine de forma unívoca la construcción de un morfismo birracional, dado por una sucesión de explosiones escogidas con cuidado. El algoritmo debe ser capaz de elegir, para cada variedad X, un subconjunto cerrado de X que sea el mejor centro para una explosión, de acuerdo con algún criterio establecido, orientado a concatenar explosiones que formen una resolución de singularidades de X.

Para el diseño de un algoritmo de estas características, se utilizan *invariantes* asociados a los puntos de X, es decir, números (o sucesiones de números) que no dependen de la representación escogida para la variedad (son intrínsecos a ella) y que dan una medida de la complejidad de los puntos, permitiendo compararlos entre sí de forma absoluta (dentro de la misma variedad o en variedades distintas, sin depender por ejemplo de qué ecuaciones se escojan para describir cada punto o cada variedad). Por eso, estos invariantes deben ser capaces de distinguir entre diferentes tipos de singularidades. Su estudio es interesante para el diseño del algoritmo, pero también proporciona información sobre el fenómeno de resolución (sobre qué relación tiene una variedad con sus posibles resoluciones de singularidades y sobre cómo funciona este proceso), que puede ayudar a resolver el problema en contextos más generales. Algunos invariantes habitualmente usados para este fin son la función de Hilbert-Samuel y la multiplicidad.

El *Problema de resolución de singularidades* es una motivación para la definición de invariantes de los puntos singulares de las variedades, y además tiene conexión con otros métodos de estudio de las mismas, por ejemplo, desde el punto de vista del álgebra, la geometría o la topología. El estudio de invariantes de las singularidades también es interesante, por ejemplo, en la clasificación de variedades.

Los *invariantes de resolución* son uno de los objetos centrales de mi tesis. En concreto, he estudiado ciertas herramientas, los *espacios de arcos*, desde el punto de vista de la resolución constructiva de singularidades. Los arcos han resultado ser útiles para la comprensión de algunas propiedades geométricas y topológicas de las variedades, como muestran los trabajos de Jan Denef-François Loeser, Lawrence Ein, Shihoko Ishii, Mircea Mustaţă, Ana Reguera y Takehiko Yasuda, entre muchos otros.

Imagen: Beatriz Pascual



Superficies monomiales.

Los espacios de arcos también surgen como herramienta para el estudio de las singularidades de variedades algebraicas de la mano del premio Nobel y premio Abel, John F. Nash. De manera técnica, si tenemos una variedad X definida sobre un cuerpo k, un *arco* en X es un homomorfismo de anillos, definido desde el anillo de la variedad hacia el anillo de series formales en una variable K[[t]], para algún cuerpo K que contenga a k. El ejemplo más sencillo de un arco es el caso en el que K=k, cuando un arco se corresponde con un entorno infinitesimal de una curva contenida en la variedad X (una curva formal). El conjunto de todos los arcos en una variedad tiene también una estructura algebraica (de esquema), y recibe el nombre de *espacio de arcos* (aunque no es una variedad). John Nash planteó (en un artículo que fue publicado años más tarde) si las componentes irreducibles del espacio de arcos contendrían información sobre las posibles resoluciones de dicha variedad (en términos de sus divisores excepcionales, al menos de los que aparecen en todas ellas, los llamados *esenciales*).

En mi tesis, hemos investigado posibles conexiones entre invariantes de singularidades que surgen en términos del espacio de arcos de una variedad y la información (los invariantes) que se suele usar para definir algoritmos de resolución. En particular, nos hemos centrado en la *sucesión de multiplicidades de Nash*. Esta es una sucesión no decreciente de enteros positivos $m_0 \geq m_1 \geq m_2 \geq \cdots$ que se asocia a cada arco de una variedad X. Esta sucesión, definida en primer lugar por Monique Lejeune-Jalabert para hipersuperficies y generalizada después por Michel Hickel, podría entenderse como una cierta generalización del *invariante multiplicidad* (el cual nos viene a decir la intensidad que tiene una variedad en un punto), que se mediría a lo largo de direcciones de curvas formales (dadas por los arcos).

En la tesis definimos, a partir de esta sucesión, unos invariantes para los arcos que miden en cierto modo el contacto que tiene cada arco con el conjunto de puntos de la variedad X donde la multiplicidad es más alta. Al considerar todos los arcos de una variedad que pasan por un cierto punto singular (en concreto, un punto de máxima multiplicidad), estos invariantes nos dan información sobre cómo de intrincado puede ser el contacto de los arcos que pasan por ese punto, lo cual en definitiva nos da una medida de cómo es la singularidad. Además, probamos que estos invariantes están relacionados con otros que se suelen usar en el caso de característica cero para la resolución algorítmica. En particular, el invariante más importante para la resolución algorítmica (el llamado *orden de Hironaka*) aparece en el espacio de arcos de forma natural a través de estos nuevos invariantes que definimos.

Estos resultados son el primer paso para establecer un diccionario entre el mundo de los arcos y el de la resolución constructiva. Resulta interesante que (como hemos demostrado con posterioridad a la tesis) la definición de nuestros invariantes en realidad no depende del hecho de que el cuerpo k sea de característica cero, lo cual significa que estos números tienen un significado para la variedad en términos de arcos, y esto ocurre con total generalidad para cualquier cuerpo perfecto. A partir de aquí, pensamos que podría ser de mucha utilidad descubrir otros números que aparezcan en los arcos con un sentido similar y sirvan de invariantes útiles para el estudio del problema de resolución en cuerpos de cualquier característica.

SHE DOES MATHS: Rosana Rodríguez López

Imagen: Rosana Rodríguez

Rosana Rodríguez es experta en ecuaciones diferenciales y matemática difusa.

Rosana Rodríguez López es Docente Investigadora en la Universidad de Santiago de Compostela, donde se doctoró en 2005 con su tesis "Soluciones periódicas para ecuaciones diferenciales no lineales". Miembro del antiguo Departamento de Análisis Matemático y actual Departamento de Estadística, Análisis Matemático y Optimización, es vicedecana de la Facultad de Matemáticas y coordinadora del grado en Matemáticas que allí se imparte, labor que compagina con una fructífera carrera de investigación. Antes de alcanzar este puesto, disfrutó de una Beca de Formación para Personal Investigador (FPI) y fue docente en centros de secundaria, una experiencia que define como "enriquecedora".

Campos de investigación:
ecuaciones diferenciales, matemática difusa.

Javier Fuertes. Rosana Rodríguez López alcanzó el reconocimiento mundial de la comunidad matemática en 2005, cuando publicó en la revista *Order* el artículo "Contractive Mapping Theorems in Partially Ordered Sets and Applications to Ordinary Differential Equations", junto a Juan José Nieto, su director de tesis. Desde entonces ha firmado cerca de 70 trabajos de análisis matemático, en los que desarrolla técnicas para determinar soluciones más precisas a problemas donde la incertidumbre es clave.

Sus campos de investigación pueden clasificarse en tres ramas principales. La primera de ellas, las ecuaciones diferenciales funcionales, estudia sistemas donde los anteriores estados del mismo son determinantes para su configuración actual. Un buen ejemplo son los modelos poblacionales "en los que generaciones futuras dependen directamente de las características de las pasadas". La segunda temática, las ecuaciones diferenciales de orden fraccionario, son útiles en procesos en los que interviene cierta memoria, como por ejemplo en la física de resistencias y difusiones. Estas ecuaciones, aunque basadas en conceptos clásicos, han recuperado su interés en las últimas décadas, ya que "permiten, según el tipo de derivada que se emplee, hallar sus singularidades", resalta. Por último, Rosana investiga técnicas de análisis en matemática difusa, basada en la teoría de lógica difusa de Lofti Zadeh. Este tipo de análisis se emplea cuando la complejidad del proceso en cuestión es muy alta y no existen modelos matemáticos precisos, no está estrictamente definido o es subjetivo. Un ejemplo de aplicaciones sería la toma de decisiones y el estudio matemático de procesos lingüísticos.

"Desarrolla técnicas para encontrar soluciones más precisas a problemas donde la incertidumbre es clave"

Aparte de dedicarle tiempo a la investigación y a la coordinación docente, Rosana también se presta a la divulgación, sobre todo en el ámbito local de Santiago. En este momento está dirigiendo tres tesis doctorales: la primera en cálculo fraccionario y los dos restantes en modelos diferenciales. "Dar a los jóvenes ánimos para que se enfrenten a lo que les entusiasma es lo que a ti te da energía para mantenerte en ello." Podemos imaginar su sonrisa al decirlo.

RESEÑA CIENTÍFICA: Descifrando la dinámica del problema de N-cuerpos restringido

Título original: "Long term dynamics for the restricted N -body problem with mean motion resonances and crossing singularities".
Autores: Stefano Marò (ICMAT) y Giovanni Federico Gronchi (Università di Pisa).
Fuente: *SIAM Journal on applied dynamical systems,* 17(2), 1786–1815.
Fecha publicación (online): 19 de junio de 2018.
Link: https://epubs.siam.org/doi/10.1137/17M1155703

La mecánica celeste se ocupa de estudiar el movimiento de los cuerpos celestes bajo la acción de fuerzas gravitatorias. A pesar de tener una clara connotación físico-astronómica, esta disciplina guarda una fuerte relación con las matemáticas. Por un lado, la mecánica celeste usa el formalismo y las ideas de las matemáticas y, al contrario, resulta ser una fuente inagotable de inspiración para esa disciplina.

De esta manera, Gauss usó con éxito por primera vez el método de los mínimos cuadrados para determinar la órbita del primer asteroide (Ceres), y el problema restringido de los tres cuerpos llevó Poincaré a sentar las bases para la moderna teoría del caos.

Para describir el movimiento de los astros se emplean ecuaciones diferenciales. En concreto, ecuaciones diferenciales con una estructura hamiltoniana. El estudio de dichos sistemas es un tema clásico de la matemática aplicada, y la mecánica celeste hace gran uso de estas técnicas. Por ejemplo, mediante la teoría de perturbaciones ha sido posible encontrar *sistemas simples* que aproximan bien lo que se observa en el cielo. Además, los resultados de las integraciones numéricas de las ecuaciones pueden ser interpretados con más profundidad a la luz de la teoría de sistemas hamiltonianos.

Uno de los problemas de mayor importancia en la mecánica celeste actual es el estudio de la dinámica de los asteroides. La mayoría de estos pequeños cuerpos celestes del sistema solar dibujan órbitas elípticas confinadas entre las trayectorias de Marte y Júpiter, constituyendo el llamado cinturón principal. Sin embargo, las perturbaciones debidas a la influencia gravitatoria de los planetas, sobre todo de Júpiter, han provocado que una fracción no despreciable de los asteroides haya abandonado el cinturón principal, y estén ahora mismo en una órbita cercana a la Tierra. Estos asteroides se conocen como Near Earth Asteroids (NEA).

Desde un punto de vista matemático, el movimiento de un asteroide se modeliza como un problema restringido de N cuerpos: la dinámica del asteroide viene dada por la influencia gravitatoria ejercitada por el Sol y los planetas. El correspondiente sistema de ecuaciones diferenciales entra en el marco de los sistemas hamiltonianos casi-integrable con tres grados de libertad no autónomo, siendo la posición de los planetas una función conocida del tiempo. La influencia de los planetas constituye una pequeña perturbación de la dinámica dada por la influencia gravitatoria del Sol. Y este último sistema (Sol-asteroide) sigue el modelo de Kepler: el asteroide traza una trayectoria elíptica con el Sol en uno de los focos y la ley horaria es dada por la ecuación de Kepler.

La posición del asteroide y de los planetas en un sistema heliocéntrico se describe con seis coordenadas, que se dividen en dos grupos: cinco coordenadas geométricas que describen las trayectorias en cada instante y una sexta que determina la posición a lo largo de la trayectoria. En el problema de Kepler, las cinco variables geométricas quedan constantes, ya que la órbita elíptica no se modifica. Pero si se considera también la influencia de los planetas, estas variables dejan de ser constantes, aunque evolucionan muy lentamente (en tiempos mucho más largos que la evolución de la sexta coordenada).

Por esta razón las variables geométricas son conocidas como lentas y la sexta se conoce como rápida. La estructura hamiltoniana del problema está entonces compuesta por dos partes: una parte principal, correspondiente al problema de Kepler y dependiente solo de las variables lentas; y un resto proporcional a un pequeño parámetro, correspondiente a las perturbaciones de los planetas y que contiene la dependencias de las coordenadas rápidas del asteroide y de los planetas.

Desde un punto de vista intuitivo, esta descripción en coordenadas muestra que el asteroide se mueve a lo largo de una elipse que se deforma muy lentamente. Este es el mecanismo mediante el cual los asteroides pueden abandonar el cinturón principal y acercarse a la Tierra a medida que su trayectoria se va modificando.

Resulta entonces interesante estudiar la evolución de la trayectoria del asteroide, olvidando la posición a lo largo de la misma. Las ecuaciones que describen las coordenadas lentas se deducen mediante la teoría de perturbaciones hamiltoniana. La idea es eliminar las coordenadas rápidas (tanto del asteroide como de los planetas) de la expresión de la hamiltoniana mediante un promedio. A nivel muy intuitivo, estamos considerando un sistema en el cual el asteroide y los planetas están esparcidos a lo largo de sus trayectorias.

Formalmente, esto se obtiene mediante un cambio de variable canónico. El resultado es una nueva hamiltoniana compuesta por tres partes: la parte principal, un primer resto proporcional al pequeño parámetro y un segundo resto proporcional al cuadrado del pequeño parámetro. El efecto del cambio de variable es el haber *movido* la dependencia de la variable rápida del primer resto al segundo. La hamiltoniana buscada se encuentra despreciando el segundo resto y suele llevar el nombre de forma normal. Llevar a cabo este plan es más complicado si hay proporcionalidad entre el periodo de revolución del asteroide y de un planeta. En este caso se habla de que hay *resonancia en moto medio.* Sin embargo, es posible obtener una forma normal que se conoce como forma normal resonante.

En ambos casos, con y sin resonancias, hay teoremas que aseguran que la evolución según la forma normal es una buena aproximación de la evolución real. Para más información sobre estos temas se puede consultar la siguiente referencia: Morbidelli A., *Modern celestial mechanics*, Taylor & Francis, 2002.

Estos teoremas son válidos mientras que no haya singularidades que corresponden con intersecciones entre las trayectorias del asteroide y de un planeta. En este caso, la hamiltoniana de la forma normal no es diferenciable, así que el campo vectorial correspondiente no es continuo y no es posible definir una solución en sentido clásico. Sin embargo, los asteroides cercanos a la Tierra presentan frecuentemente intersecciones entre las trayectorias. Esto hace en principio imposible un estudio de la dinámica mediante la forma normal.

Una posible solución se ha dado en los últimos años en el caso sin resonancia (Gronchi, G.F., Tardioli, C: Secular evolution of the orbit distance in the double average restricted three-body problem with crossing singularities, *Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B* 18 (2013), 1323-1344). Se ha mostrado que es posible definir una solución generalizada que *pase a través* de las singularidades. Estas soluciones no son regulares respecto al tiempo en el momento de la intersección, sin embargo se puede mostrar que son Lipschitz-continuas. Además, experimentos numéricos sugieren que puedan ser una buena aproximación de la evolución real de las variables lentas.

Recientemente, Stefano Marò (ICMAT) y Giovanni Federico Gronchi (Università di Pisa) han extendido esta teoría al caso con resonancia, teniendo en cuenta las substanciales diferencias que presenta. Por ejemplo, si se supone una resonancia con Júpiter, hay que distinguir si la órbita del asteroide interseca la órbita de Júpiter mismo o de un otro planeta (por ejemplo, la Tierra). También en este caso, experimentos numéricos sugieren que la solución generalizada es una buena aproximación de la evolución real de las variables lentas. Una demostración formal de estos hechos es un reto para el futuro.

RESEÑA CIENTÍFICA: Teoría de caracteres del p-bloque principal de grupos finitos

Título original: "Brauer correspondent blocks with one simple module".
Autores: Carolina Vallejo (ICMAT), Gabriel Navarro (Universitat de València) y Pam Huu Tiep (Rutgers University).
Fuente: *Journal of Algebra*.
Fecha: aceptado, pendiente de publicación.

Resumen. Los grupos finitos modelizan las simetrías que aparecen en la naturaleza. Hay dos formas clásicas de estudiarlos, a través de sus acciones sobre conjuntos (teoría de grupos de permutaciones) y a través de sus acciones sobre espacios vectoriales (teoría de la representación). Al estudiar la acción de un grupo G sobre un espacio vectorial V, lo que hacemos es estudiar la *representación* de G como subgrupo de GL(V) que se origina. La llamada teoría de caracteres estudia la *traza* de la representación.

Los caracteres fueron definidos por primera vez por el matemático alemán Ferdinand Georg Frobenius en 1896. Un año después, el irlandés William Burnside escribió en el prefacio de su libro *Teoría de grupos de orden finito* que de alguna manera para estudiar los grupos finitos no debería ser necesaria una forma de representación que no fuera la absolutamente imprescindible para definirlos (la intrínseca). Sin embargo, en 1911, en la segunda edición de su libro, reconoció la utilidad de la teoría de la representación en el estudio de los grupos finitos y escribió: "la razón dada en el prefacio original para omitir cualquier explicación de ello ha dejado de ser válida". Aunque ni siquiera Burnside estaba totalmente convencido desde el principio, lo cierto es que la teoría de la representación le permitió probar el famoso teorema p^a q^b en 1904 (que afirma que los grupos cuyo orden es divisible por dos primos como máximo son resolubles).

En este artículo, *Brauer correspondent blocks with one simple module*, los investigadores prueban cómo la estructura p-local de un grupo finito G determina y está determinada por la teoría de caracteres del p-bloque principal de G.

Más información:

Los grupos finitos modelizan las simetrías que aparecen en la naturaleza. Hay dos formas clásicas de estudiarlos, a través de sus acciones sobre conjuntos (el origen de la Teoría de Grupos de Permutaciones) y a través de sus acciones sobre espacios vectoriales (el origen de la Teoría de la Representación). Al estudiar la acción de un grupo G sobre un espacio vectorial V, lo que hacemos es estudiar la "representación" de G como subgrupo de $\mathrm{GL}(V)$ que se origina (si escogemos estudiar la traza de la representación haremos Teoría de Caracteres).

En este artículo, *Brauer correspondent blocks with one simple module*, probamos cómo la estructura p-local de un grupo finito G determina y está determinada por la teoría de caracteres del p-bloque principal de G.

Los caracteres irreducibles de un grupo finito G contienen la informació relevante asociada a las acciones de G sobre espacios vectoriales complejos (representaciones ordinarias). Un carácter χ de G es una función de clase $\chi\colon G \to \mathbb{C}$ que codifica esta información (la traza de la representación). Fijado un primo p que divida al orden de G, los caracteres se agrupan en p-bloques de Brauer, siendo el bloque principal el único que contiene al carácter 1_G que se corresponde con la acción trivial de G sobre $\mathbb{C}$. Los bloques aparecen al considerar de forma conjunta las acciones irreducibles de G sobre espacios vectoriales, no solo complejos sino también sobre cuerpos de característica p.

Por otro lado, la palabra «p-local», en el contexto de los grupos finitos, está relacionada con la estructura de los p-subgrupos de G y sus normalizadores, siendo el caso más paradigmático aquel en el de los p-subgrupos son de Sylow. Un p-subgrupo de Sylow P es un subgrupo de G de orden p^a siendo esta la mayor potencia de p que divide al orden de G y su normalizador $\mathbf{N}_G(P)$ es el conjunto de elementos $g \in G$ de modo que $g^{-1}Pg = P$.

Richard Brauer asoció los p-bloques de G con p-bloques de normalizadores de p-subgrupos de G. Esta asociación es la *Brauer correspondence* a la que alude el título de nuestro artículo (*Brauer's First Main Theorem*). Brauer también probó que el *Brauer correspondent* del p-bloque principal de G es el p-bloque principal del normalizador de G (*Brauer's Third Main Theorem*). Una idea esencial en la Teoría de Representaciones y Caracteres es analizar las propiedades que los bloques que son *Brauer correspondent* comparten. Esta idea se puede particularizar en estudiar cómo caracterizar la estructura local de un grupo a través su teoría de caracteres global. Para primos p impares, nosotros probamos que la acción de $\mathbf{N}_G(P)$ sobre P por conjugación solo genera automorfismos internos si, y sólo si, 1_G es el único carácter de grado no divisible por p y p-racional contenido en el p-bloque principal de G. La condición sobre $\mathbf{N}_G(P)$ es equivalente a decir que $\mathbf{N}_G(P)$ es p-nilpotente o que $\mathbf{N}_G(P)$ se descompone como producto directo de P y un grupo de orden no divisible por p. En cuanto a las condiciones sobre los caracteres del p-bloque principal; la condición sobre el grado de los caracteres está relacionada con la conjetura de McKay y la condición de p-racionalidad tiene que ver con con una conjetura de Gabriel Navarro que refina la de McKay teniendo en cuenta los valores de los caracteres y la acción de ciertos automorfismos de Galois sobre ellos.

1

Un carácter χ está asociado a la acción de G sobre un espacio vectorial. El grado de χ no es más que la dimensión de tal espacio vectorial. La conjetura de McKay (para $p = 2$ es ahora un teorema gracias a [IMN07] y [MS16]) predice que el número de caracteres de grado no divisible por p de G y de $\mathbf{N}_G(P)$ es el mismo. John L. Alperin notó que debe existir una biyección entre estos conjuntos que preserve la agrupación de caracteres en p-bloques. Estas dos conjeturas son problemas abiertos fundamentales en la Teoría de Representaciones. Yendo un paso más allá, Gabriel Navarro conjeturó [Nav04] que además debe existir una biyección tal que preserve los cuerpos de valores de los caracteres calculados sobre los p-ádicos (el cuerpo de valores de χ sobre $\mathbb{Q}_p$ resulta de adjuntar a $\mathbb{Q}_p$ el conjunto finito de valores de χ). En particular, debe existir una biyección que preserve el número de caracteres p-racionales en ambos lados. Esta conjetura está atrayendo mucho interés por parte de la comunidad en los últimos años [Ruh17], [BN18], [NSV18]. Lo interesante es que la conjetura de Navarro implica nuestro resultado, de forma que nuestro trabajo en *Brauer correspondent blocks with one simple module* apoya esta increíble predicción.

Un ejemplo de cómo de sorprendentes son las conjeturas globales/locales en Teoría de Representaciones puede ser el caso del monstruo. El monstruo M es uno de los 26 grupos simples esporádicos (y uno de los protagonistas de la Monstruos Moonshine). Recibe este nombre debido a su ingente tamaño, ya que se trata de un grupo con $2^{46} \cdot 3^{20} \cdot 5^9 \cdot 7^6 \cdot 11^2 \cdot 13^3 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 47 \cdot 59 \cdot 71 \approx 8 \cdot 10^{53}$ elementos. Su teoría de caracteres es muy compleja; sin embargo, según las conjeturas globales/locales ya mencionadas, para estudiar las acciones irreducibles de G sobre espacios vectoriales complejos de dimensión impar (al menos ciertos aspectos de las mismas), es suficiente estudiar el mismo tipo de acciones de su 2-subgrupo de Sylow P (ya que en este caso $\mathbf{N}_{\mathsf{M}}(P) = P$). Tal grupo tiene 2^{46} elementos y una naturaleza totalmente distinta a la del monstruo.

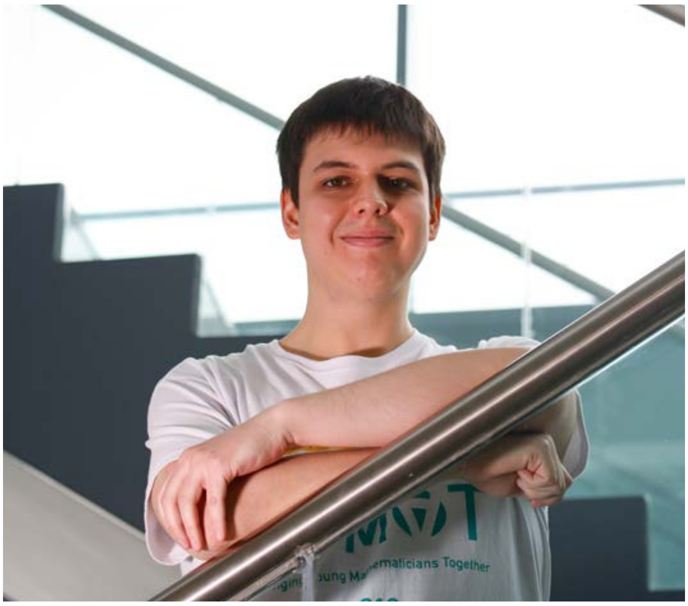
Referencias

[BN18] O. Brunat, R. Nath. The Navarro Conjecture for the alternating groups. ArXiv:1803.01423.
[IMN07] I. M. Isaacs, G. Malle and G. Navarro. A reduction theorem for the McKay conjecture, *Invent. Math.* **170** (2007), 33–101.
[MS16] G. Malle, B. Späth. Characters of odd degree, *Ann. of Math.* (2) **184** 3 (2016), 869–908.
[Nav04] G. Navarro. The McKay conjecture and Galois automorphisms, *Ann. of Math.* **160** (2004), 1129–1140.
[NTV18] G. Navarro, P. H. Tiep, C. Vallejo. Brauer correspondent blocks with one simple module. *Trans. Amer. Math. Soc.* to appear.
[Ruh17] L. Ruhstorfer. The Navarro refinement of the McKay conjecture for finite groups of Lie type in defining characteristic. ArXiv:1703.09006.
[NSV18] G. NavarroB. Späth, C, Vallejo. A reduction theorem for the Galois-McKay conjecture. preprint.

PERFIL: David Alfaya, investigador predoctoral en el ICMAT

Respuestas encerradas en el espacio

Imagen: Fundación BBVA



David Alfaya (ICMAT) fue uno de los organizadores del congreso BYMAT, que tuvo lugar el pasado mes de mayo en el ICMAT.

David Alfaya (Madrid, 1990) ha pasado toda su vida interesado por las ciencias: física, química, robótica, informática... Quizás por eso, de entre todas, la que más le gusta son las matemáticas, lenguaje y nexo común de las demás. Decidirse por una sola vía cuando se tienen amplios intereses no es tarea fácil, así que escogió una doble licenciatura en Matemáticas e Ingeniería Informática, en la que obtuvo el primer premio de Fin de Carrera de su promoción. Durante ese período disfrutó de dos becas JAE de Matemáticas de introducción a la investigación en el ICMAT. En la primera trabajó en la Teoría de Ramsey. La segunda, le permitió trabajar junto a Tomás Gómez, investigador en el ICMAT. Después de aquel verano, estudió el máster de Matemáticas y Aplicaciones de la UAM, e hizo el trabajo de fin de máster bajo su dirección. Ahora, con una beca predoctoral de La Caixa, investiga los espacios de moduli junto a él. En paralelo también se ha dedicado a la investigación informática, trabajando con el Grupo de Recuperación de Información de la UAM y en los algoritmos de búsqueda y recomendación, semejantes a los que emplean Amazon y Youtube.

Javier Fuertes. David Alfaya está ultimando los detalles finales de su tesis doctoral, titulada "Grupo de automorfismos del espacio de moduli de fibrados parabólicos en una curva", que ha realizado bajo la supervisión de Tomás Gómez, físico teórico y matemático que le ha contagiado su especial interés por la relación que guardan ciertos objetos geométricos (los espacios de moduli) con la física. "Los espacios de moduli son espacios que ofrecen una interpretación geométrica a problemas de clasificación de objetos como, por ejemplo, las soluciones de una ecuación diferencial. La idea es encontrar un objeto geométrico que represente a la totalidad de esas soluciones y que, al moverse por el espacio que define, permita ver cómo cambian esas soluciones". En este caso, tratan de clasificar *fibrados*, que "se aplican en campos de la física como las ecuaciones autoduales de Nigel Hitchin y ecuaciones que vienen de la física de partículas".

Su aventura matemática comenzó en el programa de Estímulo Matemático (Estalmat) de Madrid, al que accedió cuando tenía diez años. Después vinieron las Olimpiadas Matemáticas, a nivel nacional e internacional. Su participación en el concuso le ha permitido conocer Rumanía, Vietnam, Brasil, Portugal... La formación que recibió durante su etapa de competición, el necesario entrenamiento de todo atleta olímpico, fue el primer empujón hacia lo que sería su carrera.

"Como parte de la preparación aprendí muchísimo sobre matemáticas interesantes, divertidas y diferentes a las que se estudian en las aulas; más cercanas a las que hace un matemático de verdad, de investigación. Ahí fue cuando lo tuve claro", cuenta con tono afable, que evoca los buenos momentos que debió pasar preparándose para las pruebas y alimentando su curiosidad. Pese a esa aparente determinación, Alfaya ha tenido que ir cerrando un amplio abanico de intereses científicos. En su día participó también en las Olimpiadas de Física y en las de Química, consiguiendo el oro nacional en las primeras. "Los temas de información cuántica, en la parte informática, me han interesado también mucho. Intentaba ver aplicaciones de las matemáticas al tema cuántico. Ahora que la parte que hago de matemáticas se aplica a la física de partículas, honestamente me gustaría saber más del tema, porque mi conocimiento aquí es limitado", relata entre risas.

Aunque no quiere irse mucho del tema, elucubra sobre la complejidad que subyace en la parte física de su investigación.

En paralelo ha llevado la investigación informática, trabajando con el grupo de Recuperación de Información de la UAM, dedicado a los algoritmos de búsqueda y recomendación, semejantes a los que emplean Amazon y Youtube. Algoritmos que se mejoran precisamente gracias al análisis de una forma geométrica, que aparece al representar los resultados de la búsqueda en un espacio. Acabó haciendo un máster de Investigación e Innovación en Tecnologías de la Comunicación. ¿De dónde sacaba el tiempo? "Del verano, cuando más tiempo libre tenía".

Si algo queda claro es que a este joven le mueve la vocación, no alcanzar metas por cumplir. "Por un lado, empezaba a meterme en mi rama de investigación actual, los espacios de moduli, con Tomás. Por otro, la investigación de geometría e información. Tenían intersección", comenta.

Probadas ambas caras de la moneda, David se ha decantado por la investigación más pura. "Es una cuestión de gustos", de sentirse bien discurriendo por el nudo gordiano del pensamiento abstracto, reconoce. "Usas la geometría y cuando llega el punto en el que te paras, empieza el álgebra. Y donde se para el álgebra, puede empezar el análisis, las ecuaciones diferenciales que hay debajo. Cuando se acaban las diferenciales, vuelves a meter geometría. Esa abstracción de considerar los problemas como *variedades* es lo que más me gusta. La teoría de moduli es la representación de todo este tipo de pensamiento geométrico, abstracto a fin de cuentas."

El futuro le tienta aún con recobrar los intereses perdidos, pero sabe que aquello, en todo caso, será siempre paralelo a una brillante carrera matemática que hace ya más de una década empezó a recorrer. "Seguiré en investigación, eso lo tengo clarísimo", concluye. Las palabras salen de su boca con una contundencia que no deja lugar a dudas.

Diego Córdoba recibe 1,8 millones de euros para estudiar las ecuaciones de los fluidos

Imagen: ICMAT

Diego Córdoba ha recibido una Advanced Grant del ERC, el mayor distintivo para un científico dentro del continente.

Diego Córdoba, Profesor de Investigación del ICMAT e Investigador Principal del programa Severo Ochoa del Centro, ha obtenido una Advanced Grant del Consejo Europeo de Investigación (ERC, por sus siglas en inglés), el mayor distintivo para un científico dentro del continente. Su proyecto, "Non-local dynamics in incompressible fluids" (dinámica no local de fluidos incompresibles), ha conseguido una financiación de 1,8 millones de euros para desarrollar nuevos métodos de análisis de ecuaciones en derivadas parciales durante los cinco próximos años.

"En concreto, me interesan las ecuaciones que modelan el movimiento de los fluidos", afirma Córdoba. Estas expresiones se obtienen al aplicar las leyes de conservación de Newton (fuerza igual a masa por aceleración) a un volumen fluido. El proyecto estudiará, en particular, las ecuaciones de fluidos incompresibles (es decir, que cuando se les presiona por un lado, se expanden por otro, como los líquidos). "Nosotros partimos de unas condiciones iniciales regulares de las variables, y queremos saber cómo evolucionarán a lo largo del tiempo", explica el investigador.

Las Advanced Grants están dirigidas a investigadores en activo que sean "líderes excepcionales en términos de originalidad e importancia de sus contribuciones científicas", según el ERC. Desde el nacimiento del programa, en 2007, solo se han otorgado seis de estas becas dentro del campo de las matemáticas a investigadores de instituciones españolas. Este año, se han concedido nueve ERC Advanced Grants a investigadores en matemáticas en toda Europa, y Córdoba es el único español entre los seleccionados. Anteriormente, ya obtuvo un proyecto ERC Starting Grant en su primera edición, en 2007.

Nace la primera red nacional de divulgación de las matemáticas

Los días 10 y 11 de mayo de 2018 se reunieron en Zaragoza más de 50 divulgadores y divulgadoras de las matemáticas dentro de las jornadas "Tecnologías en la divulgación matemática", que supusieron el encuentro fundacional de la nueva Red de Divulgación Matemática (DiMa). Esta se ha dado a conocer con un manifiesto en el que unos 60 profesionales reivindican el reconocimiento de la divulgación de su ciencia, ya que "nunca ha sido mayor la necesidad de entender y ser capaz de usar matemáticas en la vida cotidiana y en el trabajo", resalta el texto. "Parece que, después de años siendo el patito feo de las ciencias, hoy en día las matemáticas están de moda, y el interés que genera no deja de crecer", afirman los firmantes del manifiesto. "Es por ello que consideramos que este es el momento preciso para que se produzca un cambio cualitativo en la divulgación de las matemáticas en nuestro país".

La idea es aunar los esfuerzos individuales que tantas personas están haciendo en la comunicación y la divulgación de las matemáticas. Entre las adscritas a la red se encuentran comunicadores de prestigio como Claudi Alsina (Universidad de Barcelona), Raúl Ibáñez (Universidad del País Vasco UPV-EHU), Clara Grima (Universidad de Sevilla), Antonio Pérez y Marta Macho-Stadler (UPV-EHU). "Todas las personas dedicadas a la divulgación son necesarias para afrontar los retos que tenemos frente a nosotras", asegura Edith Padrón, coordinadora de DiMa y profesora de la Universidad de la Laguna. El objetivo principal de la red es compartir experiencias, materiales, aprendizajes y reflexiones sobre la comunicación que involucren a la comunidad matemática en su conjunto, y con apoyo de las instituciones.

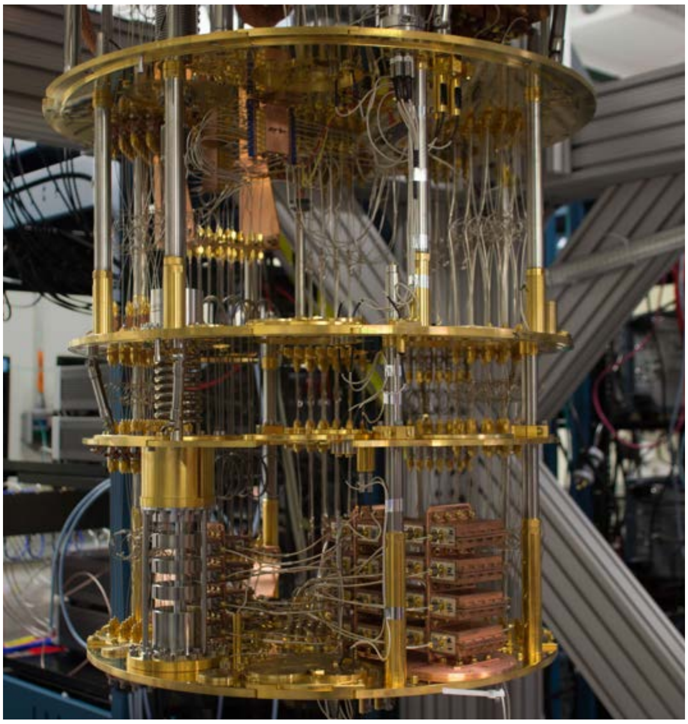
Entre las futuras actividades de la red, está previsto que se celebre un encuentro de divulgadores de las matemáticas, como el que tuvo lugar en Zaragoza, y una escuela de divulgación. La red dispone de perfiles en Twitter y Facebook y de una página web.

Imagen: DiMa

El encuentro fundacional de DiMa fueron las jornadas 'Tecnologías en la divulgación matemáticas', celebradas en Zaragoza.

La red DiMa tiene sus antecedentes en una reunión previa celebrada en enero de 2017 en el ICMAT (Madrid), al que acudieron divulgadores y divulgadoras de las matemáticas para analizar la necesidad de tejer una red de este tipo. El Instituto dispone de una infraestructura insólita en España para la divulgación, ya que cuenta con su propia Unidad de Cultura Matemática, la única reconocida en la red de Unidades de Cultura Científica (UCC) de la Fundación Española de Ciencia Y Tecnología (FECYT) en el campo de las matemáticas. El centro diseñó un plan estratégico de comunicación que se puso en marcha en 2012, con la concesión del proyecto Severo Ochoa, coordinado por personal del centro contratado específicamente para estas labores.

Diseñan un nuevo método criptográfico a prueba de ordenadores cuánticos


Ignacio Luengo (ICMAT-UCM) ha diseñado un método de cifrado que promete ser seguro contra ataques de un ordenador cuántico.

La investigación sobre ordenadores cuánticos avanza imparable. Aunque la construcción de estas máquinas a gran escala todavía es incierta, cada vez más científicos la consideran plausible en un plazo inferior a 20 años. Si se lograse, los sistemas criptográficos empleados hoy en día para garantizar el comercio electrónico en la red dejarían de ser seguros. Es por ello que el Instituto Nacional de Estándares y Tecnología de EE. UU. (NIST, por sus siglas en inglés), considera prioritaria la creación de nuevos algoritmos seguros tanto en ordenadores clásicos como cuánticos (llamados sistemas postcuánticos).

Con ese objetivo el NIST lanzó en 2016 un concurso público para identificar, elegir y estandarizar sistemas de este tipo. De entre las 83 propuestas de 17 países aceptadas en 2017, una de las 53 seleccionadas es la de Ignacio Luengo, catedrático de la Universidad Complutense de Madrid y miembro del ICMAT. "Nuestro método de cifrado promete ser seguro contra ataques de un futuro ordenador cuántico, y además es eficaz y veloz en los procesos de cifrado, descifrado y firma digital", asegura el investigador.

Los pasados 11 y 13 de abril, Luengo presentó su propuesta dentro de un congreso en Fort Lauderdale (Florida, EE. UU.). La primera fase de evaluación concluirá a finales de 2018 y la segunda durará unos cinco años. Se prevé que el proceso de estandarización se complete a partir de 2025 y que haya varios ganadores, al menos, uno por cada tecnología en concurso.

La urgencia en iniciar el proceso cuanto antes se basa en la necesidad de garantizar la seguridad de los datos futuros, pero también presentes. Las entidades que dispongan de un ordenador cuántico dentro de 20 años podrían descifrar todo el tráfico de internet del periodo previo a la implantación de la criptografía postcuántica. Algunos de estos datos carecerán de valor, pero otros, como registros médicos, secretos de estado e industriales, requieren mantener la confidencialidad durante más tiempo. El proceso de transición será complejo y se tendrá que jerarquizar el cifrado de los datos, protegiendo los más sensibles cuanto antes.

Carolina Vallejo, investigadora postdoctoral en el ICMAT, y Álvaro del Pino, antiguo doctorando del Instituto, Premios Vicent Caselles 2018 de la RSME y Fundación BBVA

Imagen: ICMAT


Carolina Vallejo.


Álvaro del Pino.

Imagen: Álvaro del Pino

Como cada año desde 2015, la Real Sociedad Matemática Española (RSME) y la Fundación BBVA han otorgado los Premios de Investigación Matemática Vicent Caselles a investigadores e investigadoras menores de treinta años que se encuentran en las primeras etapas de sus carreras científicas. Este premio reconoce la "labor, creatividad, originalidad y resultados" de estos jóvenes.

Entre los galardonados se encuentra Carolina Vallejo, investigadora postdoctoral en el ICMAT, cuyo trabajo se basa en la teoría de la representación de grupos finitos, concretamente, en el estudio de las relaciones entre los caracteres de un grupo y sus subgrupos. El jurado ha destacado "sus investigaciones sobre la llamada conjetura de McKay, que le han permitido resolverla en algunos casos, y han sido esenciales en los resultados de otros autores". Otro de los premiados ha sido Álvaro del Pino, actual investigador postdoctoral en la Universidad de Utrecht (Países Bajos) y antiguo estudiante de doctorado en topología diferencial en el Instituto bajo la supervisión de Francisco Presas (ICMAT-CSIC). Ha sido merecedor de esta condecoración por sus "resultados relevantes en la clasificación de estructuras Engel y en la teoría de foliaciones simplécticas".

Junto a Vallejo y Del Pino, han sido reconocidos David Beltrán, investigador postdoctoral en el BCAM (Basque Center for Applied Matehmatics); David Gómez Castro, investigador en el Instituto de Matemática Interdisciplinar de la Universidad Complutense de Madrid y miembro del Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad Pontificia Comillas; David González Álvaro, investigador postdoctoral en la Universidad de Friburgo (Suiza); y Vanesa Guerrero, profesora visitante en el Departamento de Estadística de la Universidad Carlos III de Madrid.

Javier Gómez, antiguo estudiante de doctorado y colaborador del ICMAT, recibe el Premio SeMA "Antonio Valle" al joven investigador

El XXI Premio de la Sociedad Española de Matemática Aplicada (SeMA) "Antonio Valle" al joven investigador 2018 ha sido otorgado a Javier Gómez Serrano, *assistant professor* de la Universidad de Princeton (EE. UU.) y miembro del Laboratorio ICMAT Charles Fefferman. El investigador recogió dicho premio durante la celebración de la Escuela Jacques-Louis Lions Hispano Francesa sobre Simulación Numérica en Física e Ingeniería que se celebró en Gran Canaria del 25 al 29 de junio.

SeMa destacó en un comunicado sus aportaciones. Gómez Serrano realizó su tesis doctoral en el ICMAT bajo la dirección de Diego Córdoba, Investigador Principal del programa Severo Ochoa y miembro del ICMAT. Su trabajo se enmarca en el análisis de ecuaciones en derivadas parciales y, concretamente, en la dinámica de fluidos. En 2017, también recibió el Premio Vicent Caselles, otorgado por la RSME y la Fundación BBVA.

Imagen: ICMAT

Javier Gómez.

Un método matemático logra que un dron subacuático alcance una velocidad sin precedentes

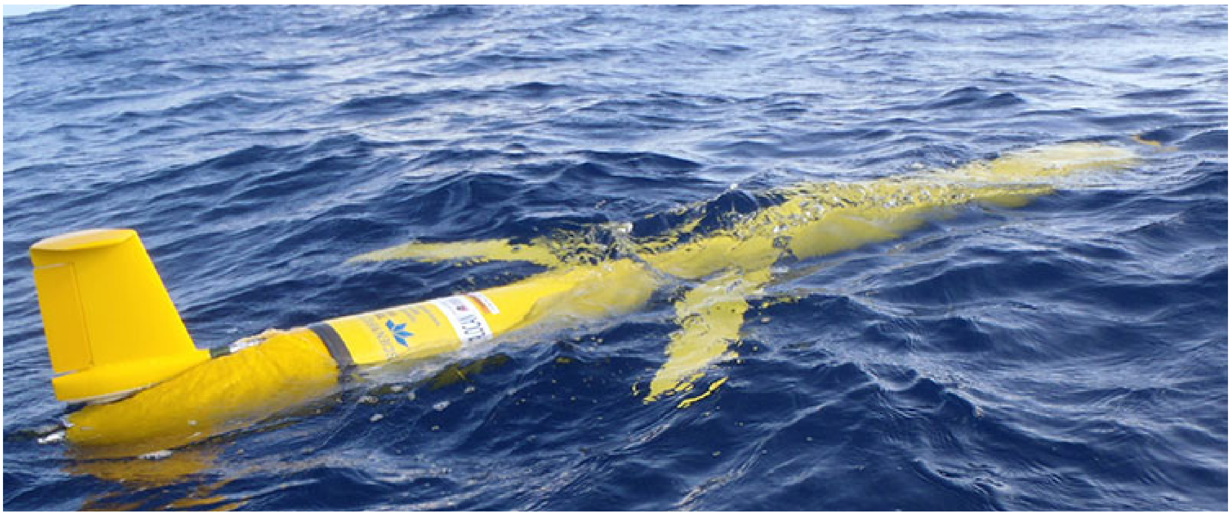


Imagen: rucool.marine.rutgers.edu/gliders/silbo/

El glider Silbo durante la Challenger Glider Mission.

Un método matemático ideado por investigadores del ICMAT ha conseguido que los drones gliders Slocum, vehículos que exploran los fondos marinos, alcancen velocidades sin precedentes con un mínimo consumo de batería. Estas se obtuvieron en una misión que cruzó el océano Atlántico norte entre abril de 2016 y marzo de 2017 en el marco de una de las Challenger Glider Missions, en la que participaron matemáticos, oceanógrafos e ingenieros. "Este enfoque matemático esboza, a partir de las corrientes siempre cambiantes del océano, una estructura lagrangiana que identifica las barreras dinámicas", comentaba la investigadora del ICMAT Ana María Mancho. Las conclusiones y detalles de la misión fueron publicados en el mes de marzo en la revista Scientific Reports.

Para dirigir su navegación, los científicos se comunican con el aparato en tiempo real, cuando emergen a la superficie en salidas periódicas programadas, pero es clave tener en cuenta las corrientes oceánicas, que afectan al rendimiento del vehículo, frenándolo o acelerándolo según su dirección. Víctor García-Garrido, coautor del trabajo, señalaba que "las matemáticas permiten encontrar una ruta óptima dentro de la dinámica turbulenta del océano, analizando estas corrientes".

Para Mancho, "esta experiencia ha probado que es posible encontrar caminos óptimos en un océano turbulento mediante la identificación de estructuras robustas, ampliando las posibilidades de exploración oceánica". Además, con estos datos se ha podido verificar la fiabilidad de las representaciones disponibles de las corrientes oceánicas. Esta metodología podría aplicarse al estudio del océano y la atmósfera en diferentes contextos. Hasta el momento, para diseñar las trayectorias de los gliders, se habían usado mapas de temperatura obtenidos mediante mediciones de satélite.

Los gliders Slocum son vehículos submarinos autónomos cuyo uso en oceanografía se está popularizando para explorar el fondo marino a muy bajo coste. No consumen prácticamente energía, solo en tareas de comunicación, medición y control de su inclinación. "Son capaces de recorrer grandes distancias, funcionan con un mecanismo de propulsión que usa los cambios de flotabilidad, y permiten adquirir datos en áreas del océano de difícil acceso, como las situadas debajo de los ciclones tropicales, y de las capas de hielo en las regiones polares", detalla la investigadora.

Eduardo Sáenz de Cabezón en Matemáticas en la Residencia

Imagen: ICMAT

Eduardo Sáenz de Cabezón impartió la charla "El número que los ordenadores nunca podrán calcular" en el ciclo Matemáticas en la Residencia.

Alcanzar números inmensamente grandes ha ocupado a los matemáticos desde hace siglos. Más allá de vencer récords, estos números de millones de cifras son necesarios para describir nuestro cosmos. Por ejemplo, hace ya más de 2000 años, Arquímedes inventó los números necesarios para poder contar el número de granos de arena que caben en el universo.

Ahora, las contraseñas que protegen las transacciones electrónicas están blindadas por cálculos que incluso los ordenadores más veloces tardarían años en realizar. Aunque la seguridad de estos algoritmos parece amenazada por la computación cuántica -cuya capacidad de cálculo será mucho mayor que la que disfrutamos hoy en día-, ¿se podría buscar otro tipo de número que no fuese computable ni siquiera por los ordenadores cuánticos?

De esta y otras cuestiones habló el matemático, divulgador y humorista Eduardo Sáenz de Cabezón durante la charla "El número que los ordenadores nunca podrán calcular", celebrada en el mes de marzo dentro del ciclo "Matemáticas en la Residencia", organizado por el Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT) en colaboración con la Vicepresidencia del Consejo Superior de Investigadores Científicas (CSIC) de Organización y Cultura Científica y la Residencia de Estudiantes. Estuvo presentada por Carles Mesa, locutor y director del programa de radio "Gente Despierta" de Radio Nacional de España (RNE).

"Fue Turing el que se planteó si existían límites a la computación, incluso antes de que existieran los ordenadores", contaba el también profesor de la Universidad de Logroño. "Y, efectivamente los hay: existen números tan grandes que ningún ordenador podrá calcular. Nunca". Esto "no solo es importante para la seguridad cibernética, sino que implica que hay algoritmos tan complejos que no pueden resolverse, al menos, en un tiempo razonable", concluía.

Las matemáticas permiten predecir nuevas propiedades del grafeno

Desde que Andre Geim (Sochi, 1958) y Konstantin Novoselov (Nizhny Tagil, 1974) demostraran la estabilidad del grafeno a temperatura ambiente –hecho que les valió el Nobel de Física en 2010-, "los físicos han demostrado experimentalmente mediante modelos simplificados que tiene propiedades increíbles -electrónicas, térmicas, ópticas y mecánicas-, pero aún no entendemos por qué. En este punto entran en juego las matemáticas, que intentan explicarlo teóricamente", exponía Charles Fefferman, medalla Fields, premio Wolf y director de un Laboratorio ICMAT, en una de sus últimas visitas al centro. El estudio de las ecuaciones del grafeno es un ejemplo más de la larga y prolífera relación entre la física y las matemáticas. En este caso, la aportación más importante de estas últimas "es el desarrollo de ecuaciones que representan mejor la realidad del grafeno", contaba Fefferman. "Uno de los aspectos de mayor interés de este material, desde el punto de vista teórico, sería conocer cómo se mueven los electrones en él. Esto permitiría manipular la dinámica de las cargas en el grafeno, lo que tendría aplicaciones a la construcción de ordenadores cuánticos más rápidos y al desarrollo de superconductores, entre otras muchas cosas".

El modelo del electrón en el grafeno, en el que trabaja Fefferman, intenta describir cómo se comportan estas cargas negativas en la red de carbono. "Pese a que supone que los electrones no interaccionan entre ellos al moverse por el grafeno, lo que es una simplificación, resulta un modelo más realista que el que manejan los físicos", resaltaba el investigador, actualmente en la Universidad de Princeton (EE. UU.).

Imagen: ICMAT

Charles Fefferman estudia las ecuaciones del grafeno.

Concluye la serie divulgativa "It's a risky life!"

Imagen: ICMAT

David Ríos y el robot Aisoy han sido los protagonistas de la serie de divulgación 'It's a risky life!'.

La serie de divulgación "It's a risky life!", producida por la *AXA Research Fund* y el ICMAT, ha llegado a su fin. En el mes de enero se publicó el octavo y último episodio, titulado "Adversarios", en el que David Ríos, director de la Cátedra de Riesgos Adversarios AXA-ICMAT, explicaba en tono ameno cómo las matemáticas pueden ayudar a la hora de predecir el comportamiento de los llamados adversarios inteligentes, como lo son un terrorista o un hacker. De ese tipo de problemática surge el análisis de riesgos adversarios, que permite anticiparse a estas situaciones de peligro y tomar las mejores decisiones.

A lo largo de los ocho capítulos, se han mostrado conceptos matemáticos esenciales acerca del riesgo y su influencia en la sociedad. La serie ha presentado temas como la seguridad, la toma de decisiones, la incertidumbre o la aversión al riesgo con una perspectiva matemática. Después de cada uno de los episodios se ha presentado un reto que buscaba hacer reflexionar a los espectadores sobre las nociones de riesgo en situaciones cotidianas. La persona que haya respondido más preguntas de forma correcta recibirá como premio un robot social programable Aisoy.

Trimestre temático "L^2-invariants and their analogues in positive characteristic"

El primer trimestre temático de 2018 del ICMAT ha estado dedicado a los invariantes L^2, un área reciente de la geometría algebraica que tiene sus orígenes en los trabajos del matemático inglés Michael Atiyah, medallista Fields y premio Abel. Este campo ha resultado de gran utilidad en el estudio de problemas importantes, como la conjetura de Baum-Connes y la conjetura de Hanna Neumann, y es una fuente de herramientas e ideas para atacar algunos de los problemas abiertos más relevantes en diversas disciplinas. Además, el estudio de los invariantes L^2 tiene relaciones con la topología, la geometría, el análisis global, la teoría de operadores, la teoría de anillos, la teoría de grupos y la teoría K.

La primera cita del trimestre temático fue una escuela de investigación, que se desarrolló del 26 de febrero al 9 de marzo de 2018 en el Instituto. A este primer evento se sumaron varios cursos avanzados, coloquios, seminarios y un congreso sobre los últimos avances en el área, con el que concluyó el programa en el mes de junio.

Imagen: ICMAT

La escuela de investigación fue la primera cita del programa temático dedicado a los invariantes L^2.

Trimestre temático "Real harmonic analysis and its applications to partial differential equations and geometric measure theory"

Imagen: ICMAT

El congreso celebrado por el 60º cumpleaños de Steve Hofmann fue la actividad principal del programa temático.

El ICMAT ha celebrado entre los meses de mayo y junio el programa sobre análisis armónico real y sus aplicaciones a las ecuaciones en derivadas parciales y a la teoría geométrica de la medida. Se han organizado una decena de seminarios, en los que se han presentado los avances más recientes en la temática; tres mini cursos de investigación, dirigidos a la formación de jóvenes investigadores e impartidos por Steve Hofmann (U. Missouri, EEUU), Tatiana Toro (U. Washington, EEUU) y Xavier Tolsa (ICREA y Universitat Autònoma de Barcelona); y un congreso en el que matemáticos de renombre mundial han presentado sus logros recientes. En total, un centenar de investigadores de más de 20 países han pasado por el ICMAT en el marco de estas actividades.

La temática principal del programa fueron las aplicaciones de un área de las matemáticas denominada análisis armónico al estudio de ecuaciones en derivadas parciales en determinados contextos. El análisis armónico estudia, entre otras cosas, ondas como las del sonido, y permite entender la difusión del mismo y su relación con el medio.

AGENDA

Actividades científicas en el ICMAT

Research program on Moduli Spaces
Fecha: 15 de septiembre - 15 de diciembre de 2018.
Lugar: ICMAT (Madrid).

Actividades de divulgación en el ICMAT

Semana de la Ciencia y la Tecnología 2018

- **Yincana de las mates**. Ángela Capel y Jesús Ocáriz
  Fecha: 5 de noviembre de 2018.
  Lugar: C.C Pablo Iglesias (Alcobendas, Madrid).
- **Conferencia: Cuento todo el día, con o sin compañía**. Luis Rández
  Fecha: 6 de noviembre de 2018.
  Lugar: C.C Pablo Iglesias (Alcobendas, Madrid).

ICMAT
INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

Boletín trimestral
Instituto de Ciencias Matemáticas
N.17 – Segundo semestre 2018

Producción:
Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT)
C/ Nicolás Carrera nº 13-15
Campus de Cantoblanco, UAM
29049 Madrid ESPAÑA

Divulga S.L
C/ Diana 16-1º C
28022 Madrid

Comité editorial:
Antonio Córdoba
Jared Aurentz
Alberto Enciso
Daniel Peralta-Salas
Ágata Timón García-Longoria

Coordinación:
Ignacio F. Bayo
Laura Moreno Iraola
Ágata Timón García-Longoria

Diseño:
Fábrica de Chocolate

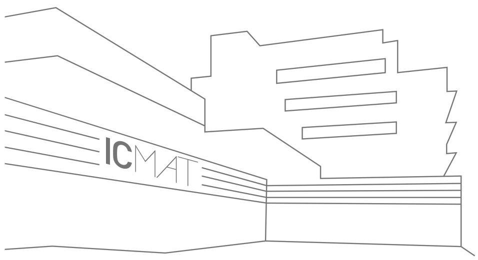
Maquetación:
Equipo globalCOMUNICA

Traducción:
Jeff Palmer

Redacción:
Elvira del Pozo
Javier Fuertes
Laura Moreno Iraola
Ágata Timón García-Longoria
Ignacio F. Bayo

ICMAT

INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS



C/ Nicolás Cabrera, nº 13-15
Campus Cantoblanco UAM
28049 Madrid, Spain
www.icmat.es