COLOQUIO JUNIOR

Martes 2 de junio, 17:00h (coffee break a las 18:00)

Aula Azul, ICMAT

Javier Aguilera Villegas

Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT)

La Conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer

Una de las cuestiones más antiguas de las matemáticas es la determinación de las soluciones racionales de ecuaciones polinómicas con coeficientes enteros. Para curvas algebraicas planas (polinomios en dos variables), el género topológico g clasifica su comportamiento: el caso $g = 0$ está descrito por el teorema de Hasse–Minkowski, mientras que el caso $g \geq 2$ queda controlado por el teorema de Faltings. El caso intermedio, $g = 1$, corresponde a las curvas elípticas y es donde se concentra la mayor riqueza aritmética.

El teorema de Mordell–Weil establece que los puntos racionales de una curva elíptica $E/\mathbb{Q}$ forman un grupo abeliano finitamente generado. Mientras que los puntos de torsión están clasificados por el teorema de Mazur, el rango de la parte libre es sumamente enigmático: no se conoce un algoritmo que lo determine en general.

La conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer, uno de los siete Problemas del Milenio, predice que el rango de E coincide con el orden de anulación en $s = 1$ de su función L de Hasse–Weil. Esta conjetura conecta así la aritmética global de la curva con un objeto analítico construido a partir de información local.

En esta charla, partiendo del estudio de las ecuaciones diofánticas, introduciremos los conceptos necesarios para enunciar y comprender tanto la conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer como el contexto matemático en el que surgió. Finalmente, comentaremos la evidencia conocida y el estado del arte, incluyendo los trabajos de Gross–Zagier y Kolyvagin.

ICMAT INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

UAM Universidad Autónoma de Madrid

EXCELENCIA SEVERO OCHOA diciembre 2011 - marzo 2030

CSIC Consejo Superior de Investigaciones Científicas

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE MADRID

Universidad Carlos III de Madrid

Ayuda CEX2023-001347-S financiada por: Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades; Agencia Estatal de Investigación