

HIPERSUPERFICIES ISOPARAMÉTRICAS

Miguel Domínguez Vázquez (ICMAT-CSIC)

A principios del siglo XX, e inicialmente motivados por un problema en el ámbito de la óptica geométrica, matemáticos como el influyente Élie Cartan comenzaron a estudiar ciertos objetos geométricos llamados hipersuperficies isoparamétricas. Su definición requiere la existencia de una familia de hipersuperficies equidistantes, todas ellas con curvatura media constante. Esto convierte a las hipersuperficies isoparamétricas en objetos geométricos bastante rígidos, con un alto grado de simetría, y cuya construcción y clasificación suele requerir la combinación de técnicas geométricas y algebraicas.

En este curso explicaremos el problema de construcción y de clasificación de las hipersuperficies isoparamétricas. Nos centraremos en los casos en que la variedad ambiente sea o bien un espacio euclídeo, donde hay una clasificación desde finales de los años 30, o bien una esfera redonda, donde el problema sigue abierto.

Así, el curso permitirá a los estudiantes, partiendo de la teoría elemental de curvas y superficies y de la noción algebraica de grupo, entrar en contacto con algunos de los conceptos básicos de la geometría de Riemann, especialmente de la teoría de subvariedades, así como con la teoría de grupos de Lie y sus acciones por isometrías.

REFERENCIAS

- [1] M. M. Alexandrino, R. G. Bettiol: *Lie groups and geometric aspects of isometric actions*, Springer, Cham, 2015.
- [2] J. Berndt, S. Console, C. Olmos: *Submanifolds and holonomy*, Second Edition, CRC Press, Boca Raton, FL, 2016.
- [3] T. E. Cecil, P. J. Ryan: *Geometry of hypersurfaces*, Springer Monographs in Mathematics, Springer, New York, 2015.
- [4] M. P. do Carmo: *Riemannian Geometry*, Mathematics: Theory & Applications, Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1992.
- [5] F. W. Warner: *Foundations of differentiable manifolds and Lie groups*, Graduate Texts in Mathematics, 94, Springer-Verlag, New York-Berlin, 1983.