Marta Macho Stadler

Matemáticas y literatura

CATARATA

Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas

ICMAT INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

colección
MIRADAS MATEMÁTICAS

DISEÑO DE CUBIERTA: ESTUDIO SÁNCHEZ/LACASTA

MATEMÁTICAS Y LITERATURA

ISBN: 978-84-1352-301-9
DEPÓSITO LEGAL: M-24.409-2021
THEMA: PDZ/PB

IMPRESO EN ARTES GRÁFICAS COYVE

Índice

Introducción

> Muchas veces he pensado cuán interesante sería un artículo de revista donde un autor quisiera —o, mejor dicho, pudiera— detallar paso a paso el proceso por el cual una de sus composiciones llegó a completarse […]. La mayoría de los escritores —y los poetas en especial— prefieren dar a entender que componen bajo una especie de espléndido frenesí […]. He elegido El cuervo por ser el más generalmente conocido. Es mi intención mostrar que ningún detalle de su composición puede asignarse al azar o una intuición, sino que la obra se desenvolvió paso a paso hasta quedar completa con la precisión y el rigor lógico de un problema matemático.
>
> Edgar Allan Poe, *Filosofía de la composición,* 1846
> (traducción de Julio Cortázar)

Como comenta Edgar Allan Poe (1809-1849) en la anterior cita, ningún buen libro —yo añadiría, ninguna buena creación— deja nada al azar. Contrariamente a lo que pensamos, las maneras de trabajar en diferentes disciplinas no son tan distintas. Y, como tanto nos gusta a los docentes en matemáticas, vamos a comenzar dando un ejemplo que corrobora la anterior afirmación.

Si consultamos el diccionario de la RAE, podemos encontrar algunas interesantes analogías entre las secciones cónicas[1] (entiendo la circunferencia como un caso particular de elipse) y algunas figuras retóricas (elipsis, hipérbole y parábola). Empecemos por la definición de elipse y elipsis:

1. Una sección cónica es cualquier curva que resulta de intersecar un cono y un plano (que no pase por el vértice). Esas curvas son la elipse, la parábola, la hipérbola y la circunferencia (que puede pensarse como un caso particular de elipse).

ELIPSE

Del gr. ἔλλειψισ *élleipsis*.

1. f. *Geom*. Lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a otros dos fijos llamados focos es constante.

ELIPSIS

Del lat. *ellipsis*, y este del gr. ἔλλειψισ *élleipsis*; literalmente 'falta, carencia'.

1. f. *Gram*. Omisión de un segmento sintáctico cuyo contenido se puede recuperar por el contexto; p. ej., en *Juan estudia biología y María (estudia) matemáticas*.

2. f. *Ret*. Omisión intencionada de algún elemento del discurso para suscitar determinados efectos en el lector.

3. f. *T. lit*. En narratología, omisión, en la secuencia del discurso narrativo, de segmentos de la historia que se narra.

Un hermoso ejemplo de elipsis aparece en el siguiente extracto de *Platero y yo* de Juan Ramón Jiménez (1881-1958):

Come cuanto le doy. Le gustan las naranjas mandarinas, las uvas moscateles, todas de ámbar; los higos morados, con su cristalina gotita de miel.

Observad que ambas palabras, la figura geométrica y la retórica, comparten la misma raíz griega. Prosigamos con la hipérbola y la hipérbole que, de nuevo, proceden de una misma palabra griega.

HIPÉRBOLA

Del lat. *hyperbŏla*, y este del gr. ὑπερβολή *hyperbolḗ*.

1. f. *Geom*. Lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es constante en valor absoluto.

HIPÉRBOLE

Del lat. *hyperbŏle*, y este del gr. ὑπερβολή *hyperbolḗ*.

1. f. *Ret.* Aumento o disminución excesiva de aquello de que se habla. Era u. t. c. m.

2. f. Exageración de una circunstancia, relato o noticia.

La siguiente hipérbole está tomada de un grafiti de *Acción poética Acapulco*[2]:

Te pensaré hasta que *pi* se quede sin decimales.

Es una declaración tan matemática, tan irracional, tan contundente… Aunque igual de bella es esta otra tomada del poema *Corazón coraza* de Mario Benedetti (1920-2009).

Porque te miro y muero.

Ambas hipérboles hablan de una pasión sin límites, tan solo están expresadas de maneras diferentes. ¿Cuál es la más bella? Supongo que depende de gustos o de quien proceda tan entusiasta declaración. Finalizamos mirando la definición de parábola.

PARÁBOLA

Del lat. *parabŏla*, y este del gr. παραβολή *parabolḗ*.

1. f. Narración de un suceso fingido de que se deduce, por comparación o semejanza, una verdad importante o una enseñanza moral.

2. f. *Geom.* Curva abierta cuyos puntos son equidistantes de una recta y un punto fijos, formada por dos ramas simétricas respecto de un eje, y que resulta de cortar un cono circular recto por un plano paralelo a una generatriz.

2. El movimiento *Acción poética*, fundado por el poeta Armando Alanis (1969), es un proyecto de poesía pública iniciado en Monterrey, México, en 1996.

Propongo como ejemplo una parábola relacionada con el mundo académico. Trata sobre un conejo que se encuentra en pleno proceso de redacción de su tesis doctoral:

Un conejo está sentado delante de una cueva escribiendo. Aparece un zorro que, curioso, pregunta:

—Hola, conejo, ¿qué haces?

—Estoy escribiendo una tesis doctoral sobre cómo los conejos comen zorros.

—Pero ¿qué dices?

—¿No te lo crees? ¡Ven dentro de la gruta si te atreves!

Los dos entran en la cueva. Se oyen gruñidos terribles y, tras unos minutos, sale el conejo con la calavera del zorro y se sienta para continuar con su tarea. Al cabo de un rato llega un lobo:

—Hola, conejo, ¿qué haces?

—Estoy escribiendo mi tesis doctoral sobre cómo los conejos comen zorros y lobos.

—¡Qué chiste más divertido!

—¿Te parece una broma? Entra, que te voy a enseñar algo…

En el interior de la gruta se oyen aullidos desesperados. Al cabo de unos minutos sale el conejo con la calavera del lobo y empieza otra vez a escribir. Al poco rato llega un oso.

—Hola, conejo, ¿qué haces?

—Estoy terminando de escribir mi tesis sobre cómo los conejos comen zorros, lobos y osos.

—¡Eso no te lo crees ni tú!

—Si tú lo dices… ¿Te atreves a entrar conmigo en la cueva?

Entran los dos en la gruta. Allí, un enorme león se lanza sobre el oso y se lo come. El conejo recoge la calavera del oso, abandona la cueva y acaba su tesis.

MORALEJA

No importa lo absurdo que sea el tema de tu tesis. No importa si no tiene el más mínimo fundamento científico. Ni siquiera importa si tus ideas contradicen los más obvios conceptos de la lógica. Lo que verdaderamente importa es… quién es tu director o directora.

Cuando se habla de matemáticas y literatura, la primera reacción es de sorpresa, de incredulidad. ¿Cómo puede haber relación entre dos disciplinas tan alejadas? La percepción mayoritaria es que las matemáticas son frías, se deducen a partir de reglas establecidas y dejan poco espacio para la imaginación. También se piensa que la literatura surge exclusivamente de la creatividad, de la inspiración, de la emoción. Sin embargo, y en contra de esta opinión ampliamente aceptada, las matemáticas requieren de grandes dosis de ingenio y de intuición. Necesitan en muchas ocasiones jugar con metáforas para aclarar ideas y conceptos. Y, en literatura, las letras no surgen únicamente por impulsos creativos; es necesario planificar y estructurar para que una buena historia se traduzca en un buen texto.

En las páginas de este libro se aportan ejemplos de cómo las matemáticas aparecen con abundancia en textos literarios de cualquier género. Los fragmentos elegidos pueden ayudar a recordar conceptos matemáticos mientras leemos una novela de aventuras o un poema. También pueden proporcionar herramientas para el aula a través de una muy necesaria labor de mestizaje: uniendo matemáticas y textos literarios se puede leer para disfrutar y aprender. Además, esos fragmentos literarios pueden inspirar problemas matemáticos, ayudarnos a reflexionar y a plantear retos científicos; solo hay que tener la mente abierta y el deseo de conocer.

> El teorema de los infinitos monos de Borel-Cantelli
> enuncia esta posibilidad:
> si un infinito número de monos mecanografiaran
> por un intervalo infinito de tiempo
> podrían escribir cualquier texto posible.
> Todo lo que incluye este poema.
> Todas las palabras que alguna vez me has dicho.
>
> José Manuel Gallardo, *Infinitos monos*[3] (El Desvelo, 2016)

3. El teorema de los infinitos monos afirma que, con “suficiente” tiempo –infinito–, un chimpancé pulsando al azar las teclas de una máquina de

escribir podría redactar –con probabilidad 1– cualquier texto, por ejemplo, *El Quijote* de Miguel de Cervantes (1547-1616). Esta idea fue planteada por Émile Borel (1871-1956) en 1913. El matemático intentaba ilustrar con esta metáfora la viabilidad de un suceso altamente improbable. "Concevons qu'on ait dressé un million de singes à frapper au hasard sur les touches d'une machine à écrire et que, sous la surveillance de contremaîtres illettrés, ces singes dactylographes travaillent avec ardeur dix heures par jour avec un million de machines à écrire de types variés. Les contremaîtres illettrés rassembleraient les feuilles noircies et les relieraient en volumes. Et au bout d'un an, ces volumes se trouveraient renfermer la copie exacte des livres de toute nature et de toutes langues conservées dans les plus riches bibliothèques du monde. Telle est la probabilité pour qu'il se produise pendant un instant très court, dans un espace de quelque étendue, un écart notable de ce que la mécanique statistique considère comme le phénomène le plus probable. Supposer que cet écart ainsi produit subsistera pendant quelques secondes revient à admettre que, pendant plusieurs années, notre armée de singes dactylographes, travaillant toujours dans les mêmes conditions, fournira chaque jour la copie exacte de tous les imprimés, livres et journaux qui paraîtront la semaine suivante sur toute la surface du globe. Il est plus simple de dire que ces écarts improbables sont purement impossibles" ["Imaginemos que se ha adiestrado a un millón de monos para pulsar al azar las teclas de una máquina de escribir y que, bajo la supervisión de capataces analfabetos, estos monos mecanógrafos trabajan con diligencia diez horas al día con un millón de máquinas de escribir de varios tipos. Los capataces analfabetos recogerían las hojas ennegrecidas y las encuadernarían en volúmenes. Y al cabo de un año, estos volúmenes conseguirían contener la copia exacta de libros de todo tipo e idiomas conservados en las bibliotecas más ricas del mundo. Tal es la probabilidad de que se produzca durante un instante muy corto, en un espacio de cierta extensión, una diferencia notable de lo que la mecánica estadística considera el fenómeno más probable. Suponer que la desviación así producida subsistirá durante unos segundos equivale a admitir que, durante varios años, nuestro ejército de monos mecanógrafos, trabajando siempre en las mismas condiciones, proporcionará todos los días la copia exacta de todos los papeles impresos, libros y periódicos que aparecerán la siguiente semana en todo el mundo. Es más simple decir que estas diferencias improbables son puramente imposibles" (traducido por la autora)]. Más adelante esta idea sufrió varias reformulaciones. Desde una cantidad infinita de monos tecleando durante un tiempo infinito, hasta un único chimpancé inmortal, mecanografiando sin tregua. Esta actividad generaría cualquier texto imaginable y, además, infinitas veces.

Capítulo 1

Extractos literarios y huellas matemáticas

Antón Chéjov (1860-1904) publicó *Tareas de un matemático loco*[4] en 1882, bajo el seudónimo de "Antosha Chejonté". Es una hilarante parodia del quehacer matemático a través de ocho absurdas cuestiones planteadas por un matemático "loco". Para muchas personas, probablemente, un enunciado matemático se parecerá bastante a este planteado por el escritor:

Me perseguían 30 perros, de los cuales 7 eran blancos, 8 grises y los restantes negros. Se pregunta: ¿en qué pierna me mordieron los perros, en la derecha o en la izquierda?

Autolimio[5] nació en el 223 y murió tras vivir 84 años. Una mitad de la vida la pasó en viajes, un tercio lo gastó en placeres. ¿Cuánto vale una libra de clavos y estuvo acaso casado Autolimio?

En el año nuevo, de la mascarada del teatro Bolshói fueron sacados 200 hombres por pelea. Si los que peleaban eran doscientos pues, ¿cuántos eran los injuriosos, los borrachos, los levemente borrachos y los que deseaban, pero no hallaban ocasión de pelear?

¿Qué se obtiene tras la suma de esas cifras?

4. Chéjov, A. (2013): *Cuentos completos (1880-1885)*, edición de Paul Viejo, Madrid, Páginas de espuma.
5. Nombre inventado por Chéjov.

Se compraron 20 cajas de té. En cada caja había 5 *puds*[6], cada *pud* tenía 40 libras. De los caballos que cargaban el té, dos se cayeron en el camino, uno de los cocheros se enfermó y 18 libras se derramaron. La libra tiene 96 *zolotniks*[7] de té. Se pregunta: ¿qué diferencia hay entre el pepino en salmuera y la perplejidad?

La lengua inglesa tiene 137.856.738 palabras, la francesa 0,7 más. Los ingleses se juntaron con los franceses y unieron ambas lenguas en una. Se pregunta: ¿qué vale el tercer papagayo y cuánto tiempo se necesitó para subyugar a esos pueblos?

El miércoles 17 de junio de 1881, a las 3 de la madrugada, debió salir el tren de la estación A por la vía férrea, para llegar a la estación B a las 11 de la noche pero, antes de la misma partida del tren, se recibió la orden de que el tren llegara a la estación B a las 7 de la noche. ¿Quién ama más prolongado, el hombre o la mujer?

Mi suegra tiene 75 años y mi esposa 42. ¿Qué hora es?

Informó Antosha Chejonté

Si alguien conoce la respuesta a alguna de estas cuestiones… ¿sería tan amable de compartirla?

Los siguientes extractos literarios incluyen matemáticas mucho más razonables que las planteadas por Antosha Chejonté. Leamos, calculemos, reflexionemos, razonemos…

Operaciones elementales

Dos años más tarde, en 1884, Chéjov publicó *El repetidor*[8]. La acción tiene lugar en Rusia a finales del siglo XIX. Egor Ziberov es un estudiante de séptimo curso que da clases particulares a Petia, un niño de 12 años. El padre del pequeño

6. El *pud* es una unidad de masa equivalente 40 libras rusas, unos 16,38 kilogramos.
7. El *zolotnik* es una antigua unidad de masa rusa equivalente a unos 4,26 gramos.
8. Chéjov, A. (2013): *Cuentos completos (1880-1885)*, edición de Paul Viejo, Madrid, Páginas de espuma.

asiste a la clase; Egor pretende lucirse para pedir un aumento de sueldo.

—Pasemos ahora a la aritmética. Coja la pizarra. ¿Qué problema toca?

Petia escupe sobre la pizarra y la borra después con la manga. El profesor coge el libro de problemas y dicta:

—Un comerciante compró ciento treinta y ocho varas de paño negro y azul por valor de quinientos cuarenta rublos. Se pregunta: ¿cuántas varas compró del uno y del otro si el azul costaba a cinco rublos la vara y el negro a tres? ¡Repita usted el problema!

Petia lo repite; y comienza inmediatamente, sin decir palabra, a dividir quinientos cuarenta entre ciento treinta y ocho.

—¿Para qué divide usted? ¡Espere!… Bueno, sí…, siga. ¿Hay residuo? No tiene que haberlo. Traiga, yo lo dividiré. Ziberov lo divide y obtiene de resultado tres con residuo, lo que se apresura a borrar.

"Es extraño —piensa, tirándose del cabello y enrojeciendo—. ¿Cómo es este problema?… ¡Hum!… Debe de ser de ecuación indeterminada y no de aritmética —el profesor consulta las soluciones y halla setenta y cinco y sesenta y tres —. ¡Hum! ¡Qué extraño!… Quizá haya que sumar cinco y tres y luego dividir quinientos cuarenta entre ocho. ¿Será eso?… No, tampoco es eso".

—¡Bueno!… ¡Haga el favor de resolverlo de una vez! —dice Petia.

—Pero ¿por qué lo piensas tanto? ¡El problema es sencillísimo! —dice Udodov a Petia— ¡Qué bobo eres, hijito! ¡Resuélvaselo usted por esta vez, Egor Alekseich!

Egor Alekseich coge el pizarrín y se dispone a resolverlo. Tartamudea. Enrojece. Palidece.

—El caso es que este problema es de álgebra —dice—. Podría resolverse con *x* y con *y*. Y también sin esto… ¿Ve?… Yo aquí divido… ¿Comprende?… Ahora esto hay que restarlo… ¿Comprende?…, o si no… Lo mejor será que me lo traiga usted resuelto mañana… ¡Piénselo bien!

Petia sonríe maliciosamente; Udodov sonríe también. Ambos comprenden la turbación del profesor. El estudiante de séptimo se azara todavía más, se levanta y empieza a pasear por la habitación.

—Puede resolverse sin acudir al álgebra —dice Udodov. Y tendiendo la mano hacia el *schioti*[9], añade con un suspiro—: Mire. Es así…

Hechos los cálculos sobre el *schioti*, obtiene sin dificultad los setenta y cinco y sesenta y tres precisados.

—Esto está hecho a nuestra manera…, no científica.

Efectivamente, el problema es sencillo. Si x e y designan, respectivamente, la cantidad de varas de paño negro y la de azul, basta con plantear un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas ($x + y = 138$; $3x + 5y = 540$), resultando $x = 75$ e $y = 63$. Pero Petia no puede hacerlo de esta manera, ya que aún no ha aprendido a resolver sistemas de ecuaciones. Así, debe hallar la solución usando métodos elementales. Puede hacerlo, por ejemplo, suponiendo que si toda la tela hubiese sido azul, las 138 varas de tela habrían costado $5 \times 138 = 690$ rublos, es decir 150 rublos ($690 - 540 = 150$) más del importe real. Basta con notar que la diferencia de precios entre una vara de tela azul y una de negra es de 2 rublos. Así, dividiendo 150 entre 2, deducimos que debe de haber 75 varas de tela negra y, por lo tanto, el resto, 63 ($138 - 75 = 63$), debe de ser de tela azul. Es una cuestión de simple aritmética.

En algunas ocasiones, los matemáticos mejor formados son incapaces de resolver un problema sencillo sin recurrir a artificios. Udodov, con su ábaco, encuentra la solución al problema "a su manera…, no científica" ante el avergonzado Egor que, probablemente, se quede sin su aumento de sueldo…

Seguimos con más operaciones, aunque estas son un tanto extrañas. En *Obras completas de Sally Mara*[10], Raymond Queneau (1903-1976) propone una especial aritmética para expresar sentimientos y condiciones humanas.

9. Ábaco ruso.
10. Queneau, R. (2014): *Obras completas de Sally Mara*, Barcelona, Blackie Books.

El amor	1 + 1 = 1
El orgullo	1 x 1 = 10
La vanidad	0,1 x 0 = 10
El complejo de inferioridad	1 x 1 = 0
El complejo de Edipo	1 + 2 = –2
La angustia	1 x ∞ = 13
La voluntad	0 x ∞ = 0,01
El crimen	1 + 1 = 1 + 0
La justicia de los hombres	(1 + 1) (0 + 1 / 2) = 0 + 0
El misticismo	1 x ∞ = 7
La gilipollez	1 / ∞ = 0
La fe	3 = 1
La caridad	1.000 – 1 = 999
La esperanza	x = 15.000.000
La avidez	1 + 1.000 = 1,08
La lujuria	1 + 1 = 32
La cólera	1 x 1 = 36
La avaricia	1.000 + 1.000 = 0,25

Sin duda, se trata de una original aritmética que representa con singular precisión algunos sentimientos humanos. Pasemos a hablar de "cantidades mayores".

El infinito

La más famosa de las obras de Laurence Sterne (1713-1768) es *The Life and Opinions of Tristram Shandy, Gentleman* (1759-1767)[11], publicada en nueve volúmenes a lo largo de nueve años. La novela relata las peripecias de un grupo de personas e incluye además reflexiones del autor sobre la grafía del texto, opiniones, bromas, apóstrofes a los lectores, etc.

La obra quedó interrumpida por la muerte de Sterne, deteniéndose en la infancia de Tristram. No hay una auténtica trama, solo la narración en tono humorístico de vivencias de la familia de Shandy y las personas que se relacionan con ella. El

11. Sterne, L. (2005): *Vida y opiniones del caballero Tristram Shandy*, Madrid, Cátedra.

matemático y filósofo Bertrand Russell (1872-1970)[12] comentaba de este modo la obra de Sterne:

> Como sabemos, Tristram Shandy empleó dos años en escribir la crónica de los dos primeros días de su vida y se lamentó de que, en esa proporción, el material se acumularía más rápidamente de lo que él pudiese despacharlo, de forma que, a medida que pasaran los años, se hallaría cada vez más lejos del fin de su historia. Ahora bien, yo sostengo que, si él hubiera vivido eternamente y no se hubiese cansado de su tarea, en este caso, aunque su vida continuase tan pródiga en acontecimientos como empezó, ninguna parte de su biografía hubiese quedado sin escribir. Pues, considérese: el día ciento lo escribirá en el año ciento, el día mil en el año mil, y así sucesivamente. Cualquiera que sea el día que elijamos tan distante que no tenga esperanza de alcanzarlo, ese día, será descrito en el año correspondiente. Así, pues, cualquier día que pueda decirse será escrito más pronto o más tarde y, por tanto, ninguna parte de la biografía quedará nunca sin escribir. Esta proposición paradójica, pero perfectamente verdadera, depende del hecho de que el número de días en la eternidad no es mayor que el número de años.

La cuestión planteada por Russell se conoce como la *paradoja de Tristram Shandy*, es una de las muchas paradojas vinculadas al concepto de infinito. Se enuncia del siguiente modo:

> Si una persona fuese inmortal y decidiera escribir sobre su vida, ¿completaría o quedaría inconclusa esa tarea?

Si esa persona es inmortal, es decir, si su vida no acabara nunca, ¿no es imposible completar algo que no finalizará jamás? Razonemos con cuidado. Supongamos que Tristram fuese inmortal y deseara escribir sobre todos y cada uno de los días de su vida. Es tan minucioso en los detalles que necesita

12. Russell, B. (1973): *Misticismo y lógica* y otros ensayos, en *Obras Completas II: Ciencia y Filosofía*, Madrid, Aguilar, 1973.

un año para escribir lo que le sucede en cada una de sus jornadas. Cada día que vive agrega un año al tiempo necesario para completar su tarea, lo que hace que se atrase un año más con cada día que pasa. Así, la cantidad de tiempo necesaria para que Tristram escriba su autobiografía aumenta más rápido que la cantidad de tiempo que realmente tiene para escribir… Este argumento es muy convincente.

Sin embargo, las cosas no son tan sencillas.

También puede argumentarse que Tristram terminará su tarea, ya que la cantidad de días que vivirá es equivalente a la cantidad de años necesarios para escribir sobre su vida, ya que ambos son infinitos.

Por paradójico que parezca —y justamente por ser inmortal, es decir, por quedarle tantos años como días de vida: infinitos en cantidad numerable—[13], siempre habrá un año en el que le corresponderá reseñar cualquiera de los días de su vida; incluso el día de hoy. ¿Cuándo? Lo desconozco, pero… ¡Tristram tiene tiempo para hacerlo! Incluso tiene tiempo para dedicarse a descifrar mensajes…

Geometría

El escarabajo de oro[14] es un cuento de piratas escrito por Edgar Allan Poe. El protagonista, William Legrand, encuentra un pergamino que contiene un criptograma —un cifrado por sustitución[15]— que conduce al tesoro del pirata Kidd:

13. Un conjunto es numerable cuando existe una biyección (cada elemento del segundo conjunto es la imagen de uno y solo uno de los elementos del primer conjunto) entre este conjunto y el de los números naturales.
14. Poe, E. A. (2007): *El escarabajo de oro*, Madrid, Nivola.
15. Método por el que cada letra de un texto se sustituye por un signo, siempre por el mismo. Descifrar consiste en realizar el proceso inverso.

53+++305))6*;4826)4+.)4+);806*:48+8¶60))85;1+(;:+*8+83(88)

5*+;46(;88*96*';8)*+(;485);5*+2:*+(;4956*2(5*—4)8¶8*;406 9285);)

6+8)4++;1(+9;48081;8:+1;48+85;4)485+528806*81(+9; 48;(88;4(+?34;48)4+;161;:188;+?;

Legrand descifra el mensaje escondido[16] —tan difícil de entender como el mensaje original— que dice lo siguiente:

Un buen vaso en la hostería del obispo en la silla del diablo cuarenta y un grados y trece minutos nordeste cuatro de norte, principal rama séptimo vástago lado este solar desde el ojo izquierdo de la cabeza de muerto una línea recta desde el árbol a través de la bala cincuenta pies fuera.

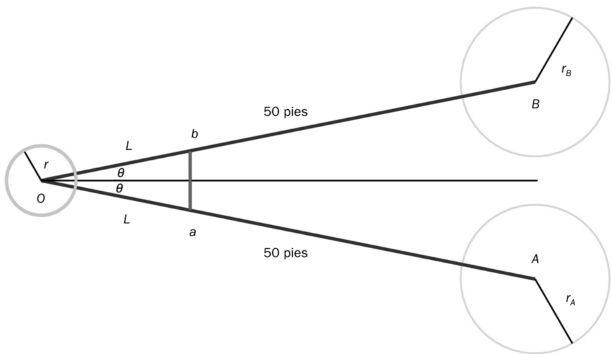
Tras realizar diferentes investigaciones para descubrir la clave del criptograma, Legrand descubre el lugar al que alude el mensaje. Siguiendo las instrucciones escritas, obliga a su criado Júpiter a trepar a un tulípero hasta que llega a la séptima rama, al final de la cual encuentra una calavera clavada —la cabeza de muerto— y desde el ojo izquierdo suelta un objeto pesado —el escarabajo de oro—. En el lugar en el que cae, Legrand marca con ayuda de una estaca un punto de referencia y, en la dirección señalada por el tronco y la estaca recorre una distancia de 50 pies. ¡El tesoro tiene que estar allí! Cavan, trazando para ello un círculo de 4 pies de diámetro. Tras dos horas trabajando, no encuentran nada. El pobre Júpiter ha confundido la derecha con la izquierda al manipular la calavera, así que no están cavando en el lugar correcto. Legrand desplaza la estaca unas 2,5 pulgadas hacia el oeste —lo que estima que distan las dos órbitas de los ojos de la calavera— y, con este nuevo punto de referencia, recorre 50 pies, vuelve a marcar un círculo un poco mayor que el primero y allí comienzan de nuevo a

16. Legrand deduce que el criptograma está escrito en inglés y utiliza como dato crucial la frecuencia de aparición de cada letra en textos escritos en esa lengua. La dificultad radica en que las palabras no están separadas. Complementa su investigación con un exhaustivo estudio de la comarca en la que encontró el pergamino con el mensaje cifrado y con un poco de lógica y de imaginación.

cavar. Esta vez encuentran el tesoro y alguna otra sorpresa. Os recomiendo que leáis la historia completa, es deliciosa.

El matemático Erik Talvila sostiene[17] que, mediante un simple argumento trigonométrico, se puede comprobar que los dos hoyos excavados por Legrand y sus amigos se superponen parcialmente. Talvila se basa en la siguiente figura que resume la situación anteriormente descrita:

FIGURA 1



Los puntos indicados son el centro del árbol *O*, el punto en el que cae el escarabajo de oro a través del ojo derecho de la calavera *a*, el punto en el que debería haber caído el escarabajo de oro a través del ojo izquierdo *b*, el primer hoyo *A* y el segundo *B*. Las cantidades indicadas son el radio del tronco del árbol *r,* la distancia de cada ojo del cráneo al tronco de tulípero *L*, el radio del primer hoyo r_A, y el radio del segundo r_B. Las distancias se dan en pies[18]. El ángulo *AOB* es de 2θ.

Como ya hemos comentado, los puntos *a* y *b* distan 2,5 pulgadas, es decir, 5 / 24 pies. La distancia entre *a* y *A* (y entre *b* y *B*) es de 50 pies, por tanto:

17. Talvila, E. (2013): "Trigonometry of the Gold-Bug", *Mathematical Gazette*, vol. 97, nº 538, pp. 124-127.
18. Un pie equivale a 30,48 cm o a 12 pulgadas.

$$sen\,\theta = \frac{\frac{5}{24}}{2\,(L+r)} = \frac{5}{48\,(L+r)}$$

La distancia entre los centros de cada uno de los hoyos es entonces:

$$AB = 2(r+L+50)sen(\theta) = \frac{5(r+L+50)}{24(L+r)}$$

Observad que para que los dos agujeros no se solapen, debe ser $AB > r_A + r_B$. Reordenando los términos de esta inecuación, queda:

$$L+r < \frac{250}{24\,(r_A+r_B)-5}$$

Según el cuento, r_A mide 2 pies. Se dice que r_B es un poco más grande, pero pongamos por simplificar que también mide 2 pies. Así, para que los dos hoyos cavados no se superpongan, debe ser $L + r < 2{,}75$ pies.

¿Es esto posible? Talvila comenta en su artículo que un tulípero de su campus —no especialmente viejo— mide unas 25 pulgadas de diámetro, es decir, unos 2,1 pies. Es decir, suponiendo que $r = 1$ pie, debería ser $L < 1{,}75$ pies. Pero, según describe Poe, Júpiter debe deslizarse hasta el final de la séptima rama para acceder a la calavera. Seguro que recorre más de 3 pies —es decir, $L > 3$ pies— para alcanzarla. ¡Así que los hoyos deben superponerse parcialmente! Poe —que seguro que sabía trigonometría— debería haber repasado sus cuentas…

Seguimos con un poco más de geometría leyendo un relato de Arthur Conan Doyle (1859-1930)[19] protagonizado por el famoso Sherlock Holmes y la familia Musgrave. En esta novela, Reginald Musgrave —un compañero de colegio de Holmes— contrata al detective para que investigue la desaparición de Richard Brunton —el mayordomo— y de Rachel Howells —la

19. Doyle, A. C. (2014): "El ritual de los Musgrave", uno de los doce relatos cortos, en *Las memorias de Sherlock Holmes*, Madrid, Alianza.

segunda doncella—. Musgrave había encontrado unos días antes al mayordomo fisgando unos papeles en la biblioteca y lo había despedido, dándole el plazo de una semana para irse de la casa. Pero Brunton desaparece y un poco más tarde, la doncella enamorada del mayordomo, a la que ha abandonado por otra.

El papel que el mayordomo leía en la biblioteca era "El ritual de los Musgrave":

—¿De quién era?

—Del que se ha marchado.

—¿Quién la tendrá?

—El que vendrá.

—¿Dónde estaba el sol?

—Sobre el roble.

—¿Dónde estaba la sombra?

—Bajo el olmo.

—¿Con qué pasos se medía?

—Al norte por diez y por diez, al este por cinco y por cinco, al sur por dos y por dos, al oeste por uno y por uno, y por debajo.

—¿Qué daremos por ella?

—Todo lo que poseemos.

—¿Por qué deberíamos darlo?

—Para responder a la confianza.

El detective —con gran acierto— piensa que en el ritual debe de estar la clave del misterio, y que Brunton —un hombre inteligente— debía de haberse empeñado en encontrar el secreto escondido entre aquellas extrañas palabras:

Fue perfectamente obvio para mí, al leer *El ritual de los Musgrave*, que las medidas habían de referirse sin duda a algún punto al que aludía el resto del documento, y que si podíamos encontrar ese punto estaríamos en buen camino para saber cuál era aquel secreto que los antiguos Musgrave habían juzgado necesario enmascarar de un modo tan curioso y peculiar. Para comenzar se nos daban dos guías: un roble y un olmo.

En cuanto al roble, no podía haber la menor duda. Directamente ante la casa, a la izquierda del camino que llevaba a la misma, se alzaba un patriarca entre los robles, uno de los árboles más magníficos que yo haya visto jamás.

—¿Ya estaba aquí cuando se redactó vuestro Ritual? —pregunté al pasar delante de él.

—Según todas las probabilidades, ya lo estaba cuando se produjo la conquista normanda —me respondió—. Tiene una circunferencia de veintitrés pies.

Así quedaba asegurado uno de mis puntos de partida.

—¿Tenéis algún olmo viejo? —inquirí.

—Antes había uno muy viejo, pero hace diez años cayó sobre él un rayo y solo quedó el tocón.

—¿Puedes enseñarme dónde estaba?

—Ya lo creo.

—¿Y no hay más olmos?

—Viejos no, pero abundan las hayas.

—Me gustaría ver dónde crecía […].

—Supongo que es imposible averiguar qué altura tenía el olmo —quise saber.

—Puedo decírtelo enseguida. Medía sesenta y cuatro pies.

¿Un olmo que ya no existe, pero del que Holmes —y también el mayordomo— conoce su altura, además de las indicaciones dadas por el ritual? Las deducciones continúan:

Miré el sol. Estaba bajo en el cielo, y calculé que en menos de una hora se situaría exactamente sobre las ramas más altas del viejo roble, y se cumpliría entonces una condición mencionada en el Ritual. Y la sombra del olmo había de referirse al extremo distante de la sombra, pues de lo contrario se habría elegido como guía el tronco. Por consiguiente, había de averiguar dónde se encontraba el extremo distante de la sombra cuando el sol estuviera exactamente fuera del árbol.

—Esto debió de ser difícil, Holmes, dado que el olmo ya no estaba allí.

—Pero al menos sabía que, si Brunton pudo hacerlo, yo también podría. Además, de hecho, no había dificultad. Fui con Musgrave a su estudio y me confeccioné esta clavija, a la que até este largo cordel, con un nudo en cada yarda. Cogí después dos tramos de caña de pescar, que representaban exactamente seis pies y volví con mi cliente allí donde había estado el olmo. El sol rozaba ya la copa del roble. Aseguré la caña de pescar en el suelo, marqué la dirección de la sombra y la medí. Su longitud era de nueve pies.

Desde luego, el cálculo era ahora de lo más sencillo. Si una caña de seis pies proyectaba una sombra de nueve, un árbol de sesenta y cuatro pies proyectaría una de noventa y seis, y ambas tendrían la misma dirección. Medí la distancia, lo que me llevó casi hasta la pared de la casa, y fijé una clavija en aquel punto.

FIGURA 2

Tras encontrar el punto definido por la sombra —gracias al teorema de proporcionalidad de triángulos de Tales[20], perfectamente descrito por Holmes— solo falta descifrar la última parte del ritual:

Al norte por diez y por diez, al este por cinco y por cinco, al sur por dos y por dos, al oeste por uno y por uno, y por debajo.

20. Teorema de Tales: Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtiene un triángulo que es semejante al triángulo dado.

Siguiendo estas últimas instrucciones, Holmes y Musgrave descubren una cueva bajo la casa, y allí el cadáver del mayordomo —probablemente asesinado por la agraviada sirvienta, abandonada por Brunton— y la corona de los reyes de Inglaterra confiada a la custodia de la familia y que, por alguna razón, el heredero al trono no había recuperado…

—¿De quién era?
—Del que se ha marchado.
—¿Quién la tendrá?
—El que vendrá.

Criptografía, razonamiento lógico y grafos

Seguimos deduciendo a base de buena lógica con una novela de aventuras y suspense[21] de Julio Verne (1828-1905). La historia se desarrolla en 1852. Joam Garral es un hombre de origen brasileño y propietario de una próspera hacienda en Iquitos, Perú. Es padre de Benito, de 21 años, y Minha, de 17. La hija va a casarse con el mejor amigo de Benito, el médico brasileño Manuel Valdez. Para ello, la familia debe viajar a Belém, Brasil. Garral decide transportar al séquito de familiares y criados a bordo de una enorme jangada, una balsa de grandes dimensiones que navega hacia el litoral atlántico de Brasil a través del río Amazonas. Deben recorrer ochocientas leguas a lo largo del río para celebrar el matrimonio.

Garral esconde un terrible secreto: es un prófugo de la justicia brasileña. Muchos años antes había sido falsamente acusado de robo y asesinato. Debió huir de Brasil para evitar un injusto castigo: la condena a muerte por un delito que no había cometido. Al llegar a Manaos, Torres, un siniestro personaje, chantajea a Garral: no le delatará a cambio de casarse con

21. Verne, J. (2005): *La Jangada: Huit cents lieues sur l'Amazone*, Salt Lake City, Project Gutenberg.

Minha. Garral no accede a someterse a Torres, es detenido y condenado a muerte. Torres posee un documento cifrado con la confesión del verdadero asesino. El objetivo de los familiares y amigos de Garral es recuperar ese manuscrito y lograr descifrarlo antes de que se cumpla la sentencia.

El cifrado de Gronsfeld es un cifrado por sustitución simple: cada carácter del texto original se sustituye por otro elegido en el escrito codificado. Además, es polialfabético, es decir, cada símbolo no se reemplaza siempre por el mismo carácter. Utiliza una clave numérica para codificar y decodificar. Para explicar cómo funciona, vamos a ver un ejemplo. Fijemos en primer lugar el alfabeto original de 26 letras con el que vamos a trabajar*:

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ.

Supongamos que el mensaje que queremos enviar es:

COLECCIÓN MIRADAS MATEMÁTICAS

con la clave 12345. El mensaje encriptado sería:

DQOIHDKRR RJTDHFT ODXJNCWMHBU.

¿Cómo se obtiene? Bajo el texto a encriptar se coloca la clave (un dígito por cada letra), repetida tantas veces como haga falta. Para obtener el mensaje encriptado, cada letra original se reemplaza por la que corresponde al desplazarse (hacia la derecha) en el alfabeto tantas posiciones como indica el dígito bajo esa letra:

C	O	L	E	C	C	I	O	N	M	I	R	A	D	A	S	M	A	T	E	M	A	T	I	C	A	S
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2
D	Q	O	I	H	D	K	R	R	R	J	T	D	H	F	T	O	D	X	J	N	C	W	M	H	B	U

Es decir, como se indica en la tabla, C + 1 = D, O + 2 = Q, L + 3 = O, etc.

Para descifrar el mensaje, se realiza el proceso inverso. Es decir, dado el mensaje codificado, cada letra se reemplaza por la que corresponde al desplazarse (hacia la izquierda) en el alfabeto tantas posiciones como el dígito bajo esa letra. Por ejemplo, D – 1 = C, Q – 2 = A, O – 3 = L, etc.

Observad que, con este método y la misma clave, el mensaje WWWWW se encriptaría como XYZAB, ya que: W + 1 = X, W + 2 = Y, W + 3 = Z, W + 4 = A (volveríamos a comenzar el alfabeto) y W + 5 = B.

* El francés, por ser el del idioma del libro del que estamos hablando.

La novela de Verne comienza con el siguiente mensaje cifrado:

Phyjslyddqfdzxgasgzzqqehxgkfndrxujugiocytdxvksbxhhuypo
hdvyrymhuhpuydkjoxphetozsletnpmvffovpdpajxhyynojyggayme
qynfuqlnmvlyfgsuzmqiztlbqgyugsqeubvnrcredgruzblrmxyuhqhp
zdrrgcrohepqxufivvrplphonthvddqfhqsntzhhhnfepmqkyuuexktog
zgkyuumfvijdqdpzjqsykrplxhxqrymvklohhhotozvdksppsuvjhd.

Se trata del último párrafo de un texto en clave de cien líneas (no incluido en el texto) que esconde la confesión de un hombre llamado Ortega, el verdadero autor del delito del que se acusaba a Garral.

Cuando Joam Garral es apresado en Manaos, el juez Jarríquez, encargado de su defensa, intenta descifrar el contenido del mensaje por diferentes métodos. Jarríquez alude a *El escarabajo de oro* de Edgard Allan Poe como sistema en el que se basa para intentar encontrar la clave. Pero sus intentos son infructuosos. Casi en el último momento, un nombre le llega, el de “Ortega”, como posible firmante del mensaje en clave. Gracias a ese descubrimiento, el juez consigue encontrar la clave: si “SUVJHD” (última parte del mensaje cifrado) corresponde a “ORTEGA”, la clave debe ser “432513”. Y utiliza el método Gronsfeld (aunque sin nombrarlo, tan solo lo describe) para descifrar el mensaje escondido. En este caso, el alfabeto empleado es (elimina la letra W):

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVXYZ

Así, las primeras palabras del mensaje descifradas serían:

P	H	Y	J	S	L	Y	D	D	Q	F	D	Z	X	G	A	S	G	Z	Z	Q	Q	E	H	X	A	S
4	3	2	5	1	3	4	3	2	5	1	3	4	3	2	5	1	3	4	3	2	5	1	3	4	1	2
L	E	V	E	R	I	T	A	B	L	E	A	U	T	E	U	R	D	U	V	O	L	D	E	S	B	U

La última parte del mensaje dice:

Le véritable auteur du vol des diamants et de l’assassinat des soldats qui escortaient le convoi, commis dans la nuit du vingt-deux janvier mil huit cent vingt-six, n’est donc pas Joam Dacosta, injustement condamné à mort; c’est moi, le misérable employé de l’administration du district diamantin; oui, moi seul, qui signe de mon vrai nom, Ortega[22].

Gracias al descubrimiento, Garral (cuyo verdadero apellido era Dacosta) se libra de la horca, y la historia termina con final feliz.

En un artículo del matemático Frederick Gass[23], el autor explica de qué manera enfoca Verne este problema y la manera en la que él mismo lo solucionaría utilizando métodos criptográficos. Y finaliza su texto con la siguiente frase:

---

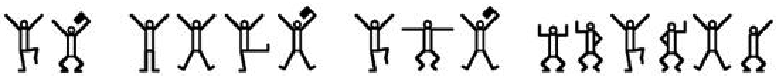
22. “El verdadero autor del robo de los diamantes y del asesinato de los soldados que escoltaban el convoy, cometido la noche del 22 de enero de mil ochocientos veintiséis, no es pues Joam Dacosta, injustamente condenado a muerte; soy yo, el miserable empleado de la administración del distrito de diamantes; sí, solo yo, que firmo con mi nombre real, Ortega” (traducido por la autora).
23. Gass, F. (1986): “Solving a Jules Verne Cryptogram”, *Mathematics Magazine*, vol. 59, nº 1, pp. 1-3.

By virtue of this solution, Jules Verne is credited with the first published exposition of the probable word method for Gronsfeld ciphers[24].

En la página dCode.fr puede realizarse de manera automática cualquier codificación/decodificación por el método Gronsfeld[25] usando el alfabeto y las claves que se deseen.

Existen numerosas propuestas literarias en las que se descubre al "culpable" descifrando diversos mensajes. *Los bailarines*[26] es uno de los relatos cortos de Arthur Conan Doyle, en el que el Sherlock Holmes resuelve un misterio usando sus dotes de criptógrafo. En esta aventura, Hilton Cubitt pide ayuda al detective para aclarar un enigma relacionado con su esposa: se encuentra muy angustiada, al estar recibiendo unos curiosos mensajes en clave. El marido envía a Holmes la primera de las notas que consigue interceptar[27]:

Figura 3



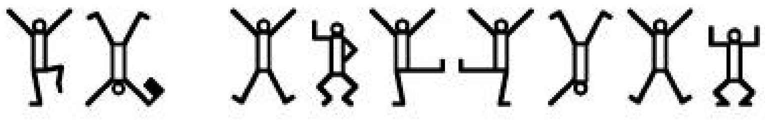
Al ver este criptograma, Holmes asegura:

Estos jeroglíficos tienen sin duda un sentido. Si se trata de una cosa puramente arbitraria, quizá nos sea imposible descifrarlo; pero si estamos ante una cosa sistemática, llegaremos sin duda al fondo del asunto. Ahora bien: esta muestra que tenemos aquí es tan breve, y los hechos que usted me ha relatado resultan de tal manera indefinidos, que carecemos de base para una investigación.

24. "En virtud de esta solución, se atribuye a Julio Verne la primera exposición publicada del método de la palabra probable para los cifrados de Gronsfeld" (traducido por la autora).
25. https://www.dcode.fr/gronsfeld-cipher
26. Es una de las trece historias de Arthur Conan Doyle (2017): *El regreso de Sherlock Holmes*, Madrid, Alianza Editorial.
27. El mensaje dice: A'm here, Abe Slaney (Estoy aquí, Abe Slaney). Después se entenderá la razón.

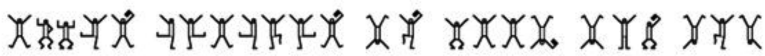
Hilton Cubitt sigue recopilando mensajes para proporcionar más pistas al detective sobre el problema que preocupa a su esposa. Van apareciendo en puertas, paredes y ventanas más mensajes en clave[28].

Figura 4



Los monigotes —los *bailarines*— que componen los mensajes aparecen en diferentes posturas, a veces llevan banderines, en algunas ocasiones están colocados boca abajo[29]:

Figura 5



Cada nueva información proporcionada por Cubitt ayuda a Holmes en su intento de resolver el misterio:

Estoy bastante familiarizado con toda clase de formas secretas de escritura y soy autor de una insignificante monografía acerca del tema, en la que analizo ciento sesenta claves distintas; pero confieso que esta me resultó completamente nueva. Los inventores del procedimiento se propusieron, por lo visto, ocultar el hecho de que estos dibujos encierran un mensaje, produciendo la impresión de que se trata de simples dibujos infantiles caprichosos.

Holmes —exactamente de la misma manera en la que procede el protagonista de *El escarabajo de oro*— comienza

28. El mensaje dice: At Elriges (En Elriges).
29. El mensaje dice: "Elsie, prepare to meet thy God" (Elsie, prepárate para comparecer ante Dios).

estudiando la frecuencia de aparición de cada símbolo, y la compara con la frecuencia de las letras en inglés.

Sin embargo, una vez convencido de que cada símbolo de esos equivale a una letra, y aplicando al caso las reglas por las que nos guiamos para descifrar toda clase de escrituras secretas, la solución resulta bastante fácil. El primer mensaje que me fue presentado era tan breve, que resulta imposible para mí sentar otra afirmación con alguna seguridad fuera de la de que la figura  representa la letra e. Ustedes saben que la "e" es la más corriente de las letras del alfabeto inglés y que predomina en este idioma hasta el punto de que, incluso en las frases más breves, se puede tener la seguridad de que se repite con más frecuencia que ninguna otra letra.

Tras fijar la letra *e*, el detective continúa descubriendo algunos de los símbolos de este cifrado por sustitución directamente, o deduciendo palabras guiándose por el contexto o el sentido común: los bailarines a los que alude el título del relato de Conan Doyle son las letras —minúsculas y mayúsculas— y los signos de puntuación de un nuevo abecedario.

El alfabeto completo era una invención de Patrick, el padre de Elsie —la esposa de Cubitt—, jefe de una banda de delincuentes: el nuevo abecedario le ayudaba a enviar mensajes a su "cuadrilla", misivas que pasaban desapercibidas —pareciendo un juego de niños— para cualquier persona que desconociera la clave.

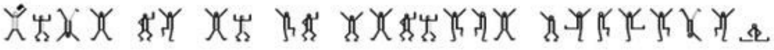
A pesar de haber conseguido averiguar la clave, Holmes no logra evitar el asesinato de su cliente, Hilton Cubitt. Pero, al menos, logra desenmascarar al asesino, y lo hace —conocedor como ya era del código escondido— enviándole un mensaje en el anterior alfabeto en nombre de Elsie.

Es posible descargar[30] las fuentes de este alfabeto *bailarín* para instalar y utilizar. Yo lo he hecho en mi ordenador,

30. Bergman, M. (1998): *Strange Little Dancing Men Explained at Last*, http://xneb.org/tedbe/sh/files/dancingmen.html

y puede que me dedique a partir de ahora a enviar mensajes misteriosos[31]…

Figura 6



Seguimos con más crímenes, esta vez a través de un relato policíaco[32] del escritor y matemático Claude Berge (1926-2002). Este texto se encuentra solo en francés, por ello explico con detalle el argumento. La belleza de las matemáticas utilizadas para resolver el misterio compensa —en mi opinión— la longitud de esta descripción.

El detective Ralston y el inspector Vaughan de Scotland Yard llegan a la isla de White: desde hace un año no se tienen noticias de Jeremy Morse —el duque de Densmore— y de su mayordomo Stewart. Son los únicos habitantes de la isla; los pescadores que solían verlos con frecuencia aclaran que no se habían preocupado por su ausencia al creer que estaban de viaje.

Los agentes de la ley observan que una de las torres del castillo está completamente destruida; una fuerte explosión la ha derribado y, entre el mobiliario carbonizado, encuentran los cadáveres del duque, del mayordomo y de Arquímedes —un cocodrilo, la mascota de Morse—. La investigación lleva a los agentes de Scotland Yard a deducir que una carga explosiva se había conectado a un interruptor de uno de los laberintos del castillo. Además, en la habitación del duque encuentran un cuaderno en el que aparecen anotados los nombres de las personas que habían pasado por la isla: solo ocho mujeres habían visitado al solitario duque. Los pescadores corroboran este punto, al no haber visto a nadie más en el único embarcadero en la isla de White.

31. El mensaje dice: Este no es un mensaje cifrado.
32. Puede leerse el relato completo (en francés) en la tesis doctoral: Nešetřil, J. (2013): *Claude BergeKdo zavrazdil vévodu z Densmoru? Qui a tué le duc de Densmore?*, Praga, Universidad Carolina, pp. 77-90.

Estas ocho mujeres son Felicia Wynn (modelo), Cynthia Mansfield (jugadora profesional en el casino de Montecarlo), Georgia Blake (teósofa y espiritista), Diana Macleod (traductora), Emily Healey (especialista en lepidópteros), Ann Laybourn (jugadora de ajedrez), Betty Townsend (pianista) y Helen Grimshaw (actriz). El detective las interroga para conocer los detalles de su estancia en la isla de White. Ellas relatan cómo conocieron al duque y algunas de las vivencias durante su visita. Al haber pasado un año, no recuerdan las fechas exactas, pero no han olvidado con que otras mujeres se cruzaron en la isla:

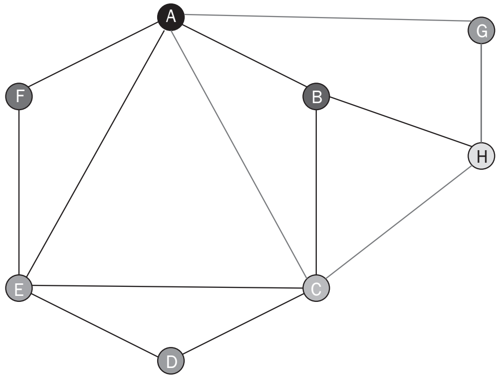
- Felicia dice haber visto a Ann y Emily;
- Cynthia comenta que se cruzó con Ann, Betty, Diana, Emily y Helen;
- Georgia compartió la visita con Ann y Helen;
- Diana vio a Cynthia y Emily;
- Emily recuerda a Ann, Cynthia, Diana y Felicia;
- Ann comenta haberse cruzado con Betty, Cynthia, Diana, Emily, Felicia y Georgia;
- Betty coincidió con Ann, Cynthia y Helen; y
- Helen recuerda haberse encontrado con Betty, Cynthia y Georgia.

Se sabe, además, que cada una de ellas solo realizó una estancia en la isla —hecho corroborado por los pescadores de la zona—. Tras las entrevistas, y teniendo en cuenta que la preparación de una tal bomba requería numerosos preparativos —el culpable había tenido que pasar forzosamente bastante tiempo en la isla—, que parecía haber sido una acción individual y que solo el mayordomo poseía las llaves del ala del castillo en la que se había producido la explosión —y la puerta estaba cerrada con llave—, el detective Ralston concluye que, sin duda, el asesino era Stewart y que había muerto accidentalmente. La culpa, como siempre… ¡del mayordomo!

Semanas más tarde, Ralston se encuentra casualmente con Cedric Turner-Smith —especialista en matemática discreta—[33], un amigo que le había ayudado tiempo atrás a resolver un caso. El detective le comenta este singular suceso, le habla de sus interrogatorios y de sus conclusiones.

El profesor dibuja un grafo[34] —no dirigido—[35] resumiendo toda la información que Ralston le ha proporcionado. Explica al detective que cada vértice corresponde a una de las mujeres —etiqueta cada uno de ellos con la inicial de una mujer: A por Ann, B por Betty, C por Cynthia, D por Diana, E por Emily, F por Felicia, G por Georgia y H por Helen— y une dos vértices mediante una arista si las dos mujeres recuerdan haberse encontrado en la isla.

FIGURA 7



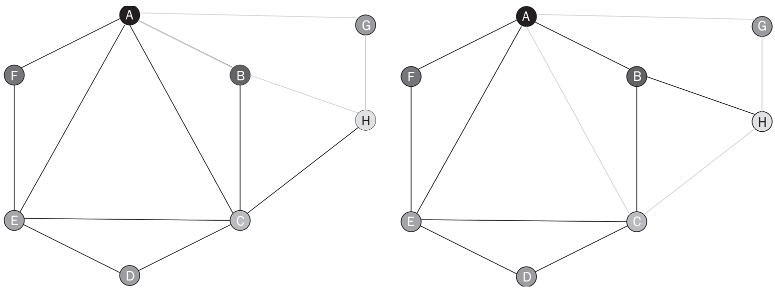
Tras observarlo, Turner-Smith afirma con contundencia que el mayordomo es inocente y que, además, conoce la identidad de la culpable. ¿Cómo lo ha deducido? Vamos a intentar

33. La matemática discreta es un área de las matemáticas que estudia las propiedades de los conjuntos discretos finitos o numerables.
34. Un grafo es un conjunto de objetos llamados vértices unidos por enlaces llamados aristas, que permiten representar relaciones binarias entre esos vértices. La teoría de grafos se usa en campos tan distintos como la matemática teórica o la teoría de la computación.
35. En un grafo no dirigido las aristas representan relaciones simétricas, no poseen un sentido definido.

descubrirlo. Si ninguna de las mujeres se ha escondido del resto del grupo y ninguna miente, es posible representar su presencia en la isla mediante una familia de intervalos dibujados sobre un eje temporal: si dos intervalos se superponen, eso significa que esas dos mujeres se han encontrado. Precisamente, el grafo dibujado por Turner-Smith es el grafo de intervalos[36] que corresponde a las visitas de las ocho mujeres a la isla White: cada vértice corresponde a un intervalo de tiempo —el tiempo que permaneció en la isla la mujer etiquetada— y una arista une dos vértices si los correspondientes intervalos temporales se cruzan. El profesor comenta al detective que este tipo de grafos son conocidos desde 1957 gracias al matemático György Hajós (1912-1972) y que, para averiguar la verdad, se ha basado en dos de sus propiedades, que pasamos a comentar

Propiedad 1: *Un grafo de intervalos siempre está triangulado*[37].
Por supuesto, no vamos a probar esta propiedad —puede encontrarse en cualquier manual que hable de grafos de intervalos— pero intentaremos visualizarla por medio del grafo de esta novela. En el grafo de Turner-Smith existen dos cuadriláteros problemáticos ABHG y ACHG:

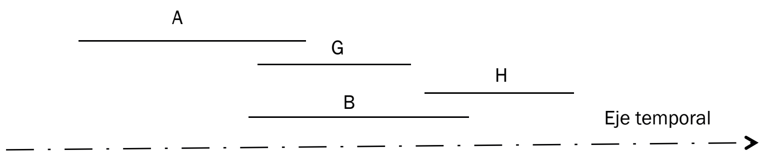
Figura 8



36. Un grafo de intervalos es el grafo intersección de un conjunto de intervalos en la recta real.
37. Un grafo G se llama *triangulado* si todo ciclo (camino de aristas que empieza y termina en el mismo vértice) en G de longitud al menos 4 posee una cuerda (arista uniendo dos vértices no consecutivos del ciclo).

¿Por qué lo son? Observemos, por ejemplo, el primero y reflexionemos sobre los intervalos temporales que representa. Si han coincidido A y B, B y H, H y G, y A y G, entonces, necesariamente, B y H también han tenido que compartir tiempo en la isla.

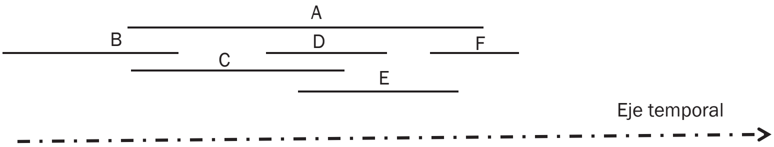
Figura 9



Es decir, el grafo debería tener una arista uniendo B y G. Pero esta arista no existe. Así, los cuadriláteros ABHG y ACHG no son posibles, lo cual significa que alguna de las mujeres involucradas ha falseado su declaración. Es decir, alguna entre Ann, Betty, Helen o Georgia —para ABHG— miente; y alguna entre Ann, Cynthia, Helen o Georgia —para ACHG— no ha dicho la verdad. Como solo hay una culpable, la mentirosa debe encontrarse entre Ann, Helen o Georgia. La segunda propiedad utilizada por el profesor es la siguiente:

Propiedad 2: *En un grafo de intervalos no puede haber un triángulo inscrito en un hexágono*.
En el grafo de Turner-Smith (figura 6), el único hexágono existente es ABCDEF. Si analizamos el significado de este subgrafo en términos de intervalos de tiempo, observamos que si Ann, Betty, Cynthia, Diana, Emily y Felicia —como indica la existencia del hexágono ABCDEF— han coincido, según ellas mismas confiesan, entonces, necesariamente, Ann y Diana también han tenido que compartir tiempo en la isla.

Figura 10



Es decir, el verdadero grafo que describe las coincidencias entre estas mujeres en la isla debería tener una arista uniendo A y D. Pero esa arista no existe (figura 6). Eso significa que alguna de estas mujeres ha mentido: Ann, Betty, Cynthia, Diana, Emily o Felicia.

Teniendo en cuenta los dos argumentos anteriores deducidos de las dos propiedades de grafos de intervalos, se concluye que Ann es, sin ninguna duda, la culpable.

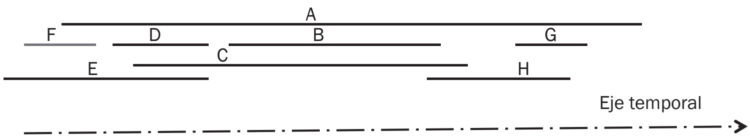
Cuando el detective va a casa de Ann para interrogarla, comprueba que se ha suicidado. Una nota dejada sobre una mesa explica su historia: sumida en la ruina, chantajeaba al duque —le había engañado haciéndole creer que había matado a una persona en un atropello durante una borrachera—. El duque pretendía denunciarla y ella lo mata para silenciarlo.

Al regresar al castillo para cerrar la investigación, los policías encuentran la libreta del mayordomo en la que anotaba las visitas al castillo: incluía la fecha de cada estancia y la habitación asignada a cada mujer. Los días de las visitas de cada una de ellas eran:

- Felicia: 20 a 25 de junio,
- Cynthia: 29 de junio a 2 de agosto,
- Georgia: 3 a 7 de agosto,
- Diana: 28 de junio a 4 de julio,
- Emily: 15 de junio a 4 de julio,
- Ann: 21 de junio a 7 de agosto,
- Betty: 9 a 30 de julio, y
- Helen: 18 de julio a 4 de agosto.

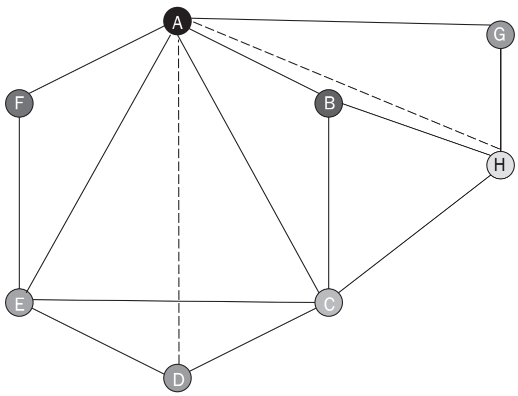
Es decir, sus intervalos de coincidencia reales son:

Figura 11



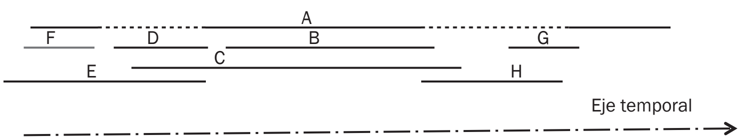
Así, el verdadero grafo de intervalos correspondiente a las visitas al castillo es:

Figura 12



Las mentiras de Ann suponían una coincidencia temporal de este tipo:

Figura 13



Y esta situación es imposible con una única estancia de Ann en la isla. De hecho, en su declaración, Ann dice haber visto a Diana —pero Diana no habla de haber coincidido con ella, por eso Turner-Smith no traza la arista entre los vértices A y D— y Ann miente al decir que no ha visto a Helen —aunque es cierto que Helen no ha visto a Ann—: en ambos casos ella estaba escondida preparando su perverso plan… Basta ya de asesinatos, ¡vamos a jugar!

Combinatoria y probabilidad

El jugador[38] de Fiódor Dostoyevski (1821-1881) es la historia de una adicción al juego de la ruleta. La teoría de la probabilidad, como no podía ser de otra manera, está muy presente en la novela, en particular en el siguiente extracto en el que el azar convierte a una anciana en la admiración del casino.

Ella escuchaba atentamente, hacía nuevas preguntas y se instruía sobre el azar. De cada sistema de posturas se podía poner en seguida ejemplos, así es que muchas cosas las pudo aprender pronto y fácilmente. La abuela estaba encantada.

—¿Y qué es eso del "cero"? Mira ese *croupier* de pelo rizado, el principal, que acaba de gritar "cero". ¿Por qué se ha llevado todo lo que había encima de la mesa? ¡Una cantidad tan enorme! ¿Qué significa eso?

—El "cero", abuela, queda a beneficio de la banca. Si la bola cae en el "cero" todo lo que está sobre la mesa, todo, sin distinción, pertenece a la banca. Cierto que se concede otra postura por pura fórmula, pero en caso de perder la banca no paga nada.

—¡Toma! ¿Entonces si pongo al "cero" y gano, no cobro nada?

—No, abuela. Si usted hubiese puesto previamente al "cero" y hubiese salido, cobraría treinta y cinco veces la puesta.

—¡Cómo! ¡Treinta y cinco veces! ¿Y sale a menudo? ¿Por qué entonces esos imbéciles no juegan al "cero"?

—Hay treinta y cinco probabilidades en contra, abuela.

—¡Qué negocio! ¡Potapytch, Potapytch! Espera, llevo dinero encima… ¡Aquí está! —sacó del bolsillo un portamonedas repleto y tomó un federico—. Toma, ponlo en el "cero".

38. Dostoyevski, F. (2011): *El jugador*, Madrid, Alianza.

—Pero, abuela, el "cero" acaba de salir —objeté—. No saldrá, por lo tanto, en mucho tiempo. Usted se arriesga demasiado, espere al menos un poco —insistí.

—¡Ponlo y calla!

—Sea, pero quizá no saldrá ya más en todo el día […].

Perdimos el segundo federico. Siguió un tercero. La abuela apenas si podía estarse quieta. Clavaba los ojos ardientes en la bola que zigzagueaba a través de las casillas del platillo móvil. Perdimos el tercer federico. La abuela estaba fuera de sí, se estremecía. Dio un golpe con el puño sobre la mesa cuando el *croupier* anunció el 36, en lugar del esperado "cero".

—¡Ah! ¡El maldito! ¿Saldrá pronto? —decía irritada la abuela—. ¡Dejaré mi piel, pero permaneceré aquí hasta que salga! ¡Tiene la culpa ese maldito *croupier* de pelo ondulado! Alexei Ivanovitch, pon dos federicos a la vez. Pones tan poco que no valdrá la pena cuando el "cero" salga […].

Puse los dos federicos. La bolita rodó largo tiempo sobre el platillo y comenzó a zigzaguearse a través de las casillas. La abuela, conteniendo la respiración, me agarró por el brazo. Y, de pronto, ¡crac!

—¡Cero! —gritó el *croupier*.

—¿Lo ves? ¿Lo ves? —exclamó la abuela, volviéndose hacia mí con aire de triunfo—. ¡Ya te lo decía yo! ¡Es el mismo Dios que me ha sugerido que pusiese dos monedas de oro! ¿Cuánto voy a cobrar? […].

—¡Hagan juego, señores! ¡Hagan juego! ¡No va más! —decía el *croupier*, dispuesto a hacer girar la ruleta.

—¡Dios mío! ¡Es demasiado tarde! ¡Ya van a tirar!… ¡Juega, juega, pues! —decía, inquieta, la abuela—. ¡No te entretengas, atolondrado!

Estaba nerviosa y me daba con el codo con todas sus fuerzas.

—¿A qué número juego, abuelita?

—Al "cero". ¡Otra vez al "cero"! ¡Pon lo más posible! ¿Cuántos tenemos? ¿Setecientos federicos? Pon veinte de una sola vez.

—¡Reflexione, abuela! A veces está doscientas veces sin salir. Corre usted el riesgo de perder todo su dinero.

—No digas tonterías. ¡Juega! Oye cómo golpean con la raqueta. Sé lo que hago —dijo, presa de una agitación febril.

—El reglamento no permite poner en el "cero" más de doce federicos a la vez, abuela, y ya los he puesto […].

El disco giró y salió el 30. ¡Habíamos perdido!

—¡Sigue poniendo! —dijo la abuela.

Me encogí de hombros y sin replicar puse doce federicos. El platillo giró largo tiempo. La abuela observaba temblando. "¿Se imagina que el cero y va a ganar de nuevo?", pensé, contemplándola con sorpresa. La certeza absoluta de ganar se reflejaba en su rostro, la espera infatigable de que se iba a gritar: "¡Cero!" La bola paró dentro de una casilla.

—¡Cero! —cantó el *croupier*.

—¡Lo ves! —gritó triunfalmente la abuela.

Comprendí en aquel momento que yo también era un jugador. Mis manos y mis piernas temblaban. Era realmente extraordinario que en un intervalo de diez jugadas el "cero" hubiese salido tres veces, pero sin embargo había sucedido así […].

Pensativa, me interpeló:

—¡Alexei Ivanovitch! ¿Has dicho que se podían poner solamente cuatro florines a la vez?… ¡Toma, pon esos cuatro billetes al "rojo"!

¿Para qué intentar disuadirla? El platillo comenzó a girar.

—¡Rojo! —cantó el *croupier*.

Nueva ganancia de cuatro mil florines, o sea, ocho mil en total.

—Dame la mitad y pon la otra, de nuevo, al "rojo" —ordenó la abuela.

Puse los cuatro mil florines.

—¡Rojo! —anunció el *croupier*.

En la ruleta se puede apostar a los números entre el 0 y el 36, con la misma probabilidad de salir cada uno de ellos: 1 / 37 (aproximadamente, 0,027). El anterior extracto muestra de manera exquisita esa percepción que nos hace llegar a pensar que no es posible que una jugada se repita tantas veces seguidas. Sin embargo, no es más que una cuestión de probabilidades. Recordemos que el azar no obedece ninguna regla…

Analicemos las apuestas y los resultados comentados en el anterior fragmento de *El jugador*:

1. La probabilidad de que el cero no salga en una jugada es de 36 / 37 (aproximadamente, 0,97).

2. La probabilidad de que el 0 no salga en 200 jugadas es de $(36/37)^{200}$ (aproximadamente, 0,0042).
3. La probabilidad de que el 0 no salga en 10 jugadas es de $(36/37)^{10}$ (aproximadamente, 0,76).
4. La probabilidad de que el 0 salga n veces en 10 jugadas es de $C(10,n)(1/37)^n(36/37)^{10-n}$, donde $C(10,n)$ denota las combinaciones de 10 elementos tomados de n en n[39].
5. La probabilidad de que el 0 salga 3 veces seguidas es de $(1/37)^3$ (aproximadamente, 0,00002).

Realmente, la abuela ha tenido mucha suerte. Como la tienen los habitantes de la Tierra en la siguiente historia… gracias a un "afortunado" error de cálculo.

Cultura matemática

Sans dessus dessous[40] es una novela de Julio Verne publicada en 1889; en ella aparecen algunos de los personajes de *De la Tierra a la Luna*. Los protagonistas de la novela son los miembros del Gun Club de Baltimore que, en esta ocasión, intentan rectificar el eje de rotación de la Tierra para hacerlo perpendicular al plano de la eclíptica[41]. ¿Cómo? Utilizando el efecto de retroceso de un cañón gigante, puesto en funcionamiento con un explosivo de gran potencia. Sus intereses no son altruistas: desean cambiar el clima para acceder a una gran extensión de carbón —la fuente de energía de aquella época— bajo los hielos del Polo Norte. El matemático J.-T. Maston, secretario del Gun Club, es el encargado de realizar los cómputos para conseguir tan extraordinaria hazaña.

39. Son las maneras de escoger n elementos en un conjunto de 10.
40. Verne, J. (2003): *El secreto de Maston*, Barcelona, RBA.
41. La eclíptica es la línea obtenida al intersecar el plano de la órbita terrestre con la esfera celeste. Está inclinado unos 23° 27' con respecto al plano del ecuador terrestre.

La novela de Verne comienza con una conversación entre el matemático y Evangelina Scorbitt, una viuda millonaria enamorada de Maston:

—Así, pues, señor Maston, ¿opináis que una mujer no sería nunca capaz de hacer progresar las ciencias matemáticas o experimentales?

—Sintiéndolo mucho, me veo obligado a reconocerlo, señora Scorbitt —contestó J.-T. Maston—. A pesar de que hayan existido y existan, particularmente en Rusia, algunas mujeres matemáticas muy notables. Pero, debido a su estructura cerebral, es imposible que ninguna mujer llegue a ser un Arquímedes o un Newton, por ejemplo.

—¡Oh, señor Maston! Permitidme que proteste en nombre de nuestro sexo…

—Sexo mucho más adorable, señora Scorbitt, porque no ha sido creado para dedicarlo a estudios trascendentales.

—Entonces, señor Maston, según vos, ¿ninguna mujer hubiera podido descubrir la ley de la gravedad al ver caer una manzana, tal como le ocurrió al ilustre sabio inglés?

—Una mujer que viera caer una manzana, señora Scorbitt, no pensaría en otra cosa más que… en comérsela, repitiendo lo que ya hizo una vez nuestra madre Eva.

—No hay derecho que nos neguéis toda aptitud para entender en cuestiones elevadas.

—¿Toda aptitud? No, señora Scorbitt, nada de eso. Pero debo haceros observar que desde que el mundo está habitado por seres humanos, y naturalmente, por mujeres, no se sabe de ninguna que haya hecho algún descubrimiento análogo a los que hicieron Aristóteles, Euclides, Kepler y Laplace en el mundo científico.

—Esto no es ninguna razón. ¿Es que el pasado debe responder irremisiblemente al porvenir?

—¡Hum! Lo que no se ha hecho en tantos miles de años es muy posible que no se haga nunca.

Sorprendentemente, y a pesar de su despectivo trato hacia las mujeres, el misógino matemático consigue que Scorbitt financie en parte su aventura. El diálogo no tiene desperdicio, desde la alusión a la inferioridad intelectual de las mujeres debido a su estructura cerebral, pasando por la mención a la manzana de Eva (y de Newton), hasta la contundente afirmación de que las mujeres nunca podrían conseguir ser científicas. Maston suaviza sus opiniones respecto a las mujeres con la frase "A pesar de que hayan existido y existan, particularmente en Rusia, algunas mujeres matemáticas muy notables", en la que el matemático haría alusión a Sofia Kovalévskaya.

Sofia Kovalévskaya (1850-1891) fue una matemática de origen ruso que realizó contribuciones significativas en análisis matemático, ecuaciones diferenciales parciales (enunció y demostró el hoy conocido como teorema de Cauchy-Kowalevski), la mecánica (estudió la rotación de los cuerpos) y astronomía (explicó la forma de los anillos de Saturno).

Verne añadió esta frase a sugerencia del matemático Albert Badoureau[42] que asesoró al escritor en la redacción de la novela. Se conoce este dato gracias a la correspondencia entre el escritor y el científico[43] en la que Badoureau sugiere:

> La conversation du début entre J. T. Maston et Mrs. Scorbitt pourrait être modifiée. Il y a eu de grandes mathématiciennes, notamment en Russie[44].

Según estas notas, Badoureau conocía a Kovaléskaya antes de que la Academia de Ciencias de París concediera a la

42. Albert Badoureau (1853-1923) fue un matemático e ingeniero francés. Su trabajo matemático más notable es un estudio de referencia sobre los poliedros semirregulares.
43. Badoureau, A. (2005): *Le Titan Moderne. Notes et observations remises à Jules Verne pour la rédaction de son roman Sans dessus dessous*, Arlés, Actes Sud.
44. "La conversación del principio entre J. T. Maston y Mrs. Scorbitt podría modificarse. Ha habido grandes matemáticas, en particular en Rusia" (traducido por la autora).

matemática el Premio Bordin[45] —a finales de 1888—. Jacques Crovisier opina[46] que podía deberse a la fama de la matemática en el mundo académico o quizás gracias a Henri Poincaré[47] —quien mantuvo una relación epistolar con Sofia Kovaléskaya, al estar ambos interesados en el estudio de los anillos de Saturno—, antiguo compañero y amigo de Badoureau.

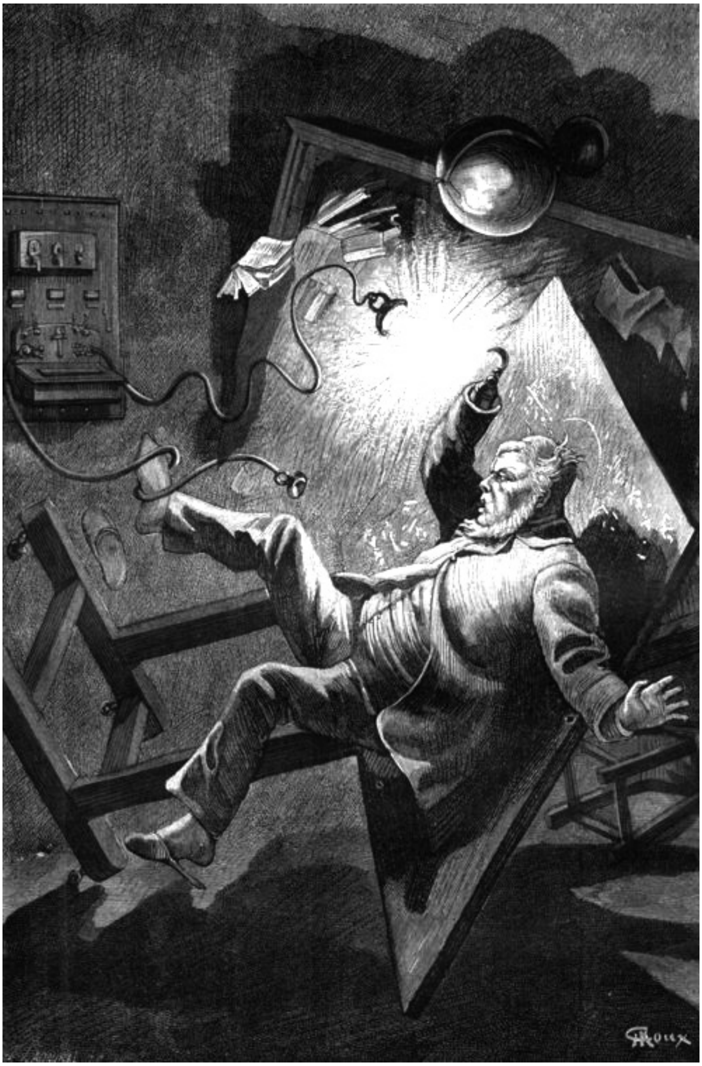
Para responder a las críticas de "científico aficionado" que recibió en otros de sus escritos, Verne pidió a su amigo Badoureau que redactara un capítulo suplementario explicando los cálculos incluidos en la novela. Ese apéndice, con numerosos dibujos ilustrativos, desapareció tras las primeras ediciones, aunque puede verse en la Wikipédia[48]. De hecho, Badoureau no se limitó a redactar el dosier científico explicando la parte técnica de la novela, también envió a Verne algunas sugerencias puramente literarias —como la referente a las "mujeres matemáticas muy notables"—. Por ello, y en agradecimiento, uno de los personajes principales de *El secreto de Maston*, Alcide Pierdeux, es un *alter ego* de Badoureau. En la novela, *Pierdeux*[49] es un ingeniero del Cuerpo Nacional de Minas de Francia y matemático de talento.

Afortunadamente, Maston comete un error en sus cálculos: si la empresa hubiera tenido éxito, el disparo del colosal proyectil desde el gigantesco cañón habría producido el deshielo de las regiones polares, provocando grandes inundaciones en todo el planeta. De hecho, Evangelina Scorbitt es la responsable —involuntaria— de que la hazaña de Maston no llegue a "buen término": la viuda realiza una llamada telefónica al matemático en una noche en la que tiene lugar una terrible

45. Premio otorgado desde 1835 por las cinco academias que constituyen el Institut de France.
46. Crovisier, J. (2013-2014): "Jules et Albert à propos de Sophie dans *Sans dessus dessous*", *Verniana*, nº 6, pp. 87-95.
47. Henri Poincaré (1854-1912) fue matemático, físico y filósofo de la ciencia, descrito a menudo como el último universalista capaz de entender y contribuir en todos los ámbitos de la disciplina matemática.
48. En este enlace: https://bit.ly/3w8icL2
49. *Pierdeux* se lee en francés pir^2 (*pi-er-deux*), es decir, el área de un círculo de radio *r*.

tormenta. Justo en ese momento cae un rayo y la corriente pasa a través del hilo telefónico, atravesando el garfio del científico. Este incidente provoca un despiste en Maston, que acaba cometiendo un error en sus cálculos.

FIGURA 14



Fuente: *Jules Verne, Sans dessus dessous,* George Roux (1889).