Introducción a la investigación

María del Mar González

Se proponen dos proyectos en la intersección de la Geometría Diferencial y las Ecuaciones en Derivadas Parciales:

1. **De la ecuación de ondas a la óptica geométrica**.

   La óptica geométrica clásica es un modelo que describe la propagación de la luz en términos de rayos. Se obtiene mediante un paso al límite en la ecuación de Helmoltz cuando la longitud de onda tiende a cero (A. Sommerfeld y J. Runge, 1911). En este modelo, las singularidades son las conocidas cáusticas. Investigación reciente (J. Rubinstein y G. Wolansky, 2017) ha descubierto una equivalencia entre la óptica geométrica y el problema de transporte óptimo de Monge-Ampère, que da lugar a una EDP elíptica completamente no-lineal.

2. **Una introducción a la geometría espectral**.

   El problema de optimización del primer autovalor del Laplaciano en variedades consiste en estudiar cómo la geometría/topología de una variedad influye en el valor mínimo o máximo posible de su primer autovalor λ_1 típicamente bajo restricciones geométricas como volumen, curvatura o clase conforme. Este problema conecta análisis espectral y geometría diferencial, y revela principios de rigidez y simetría: por ejemplo, en el contexto de dominios euclídeos, la desigualdad de Faber–Krahn establece que entre todos los dominios de volumen fijo, la bola minimiza λ_1.