1 Espacios invariantes en análisis complejo

El espacio de Hardy H^2 es el espacio de las funciones holomorfas en el disco unidad con valores frontera en L^2 y es uno de los ejemplos más estudiados de espacios de Hilbert de dimensión infinita. Consideramos un subespacio vectorial cerrado M de H^2. Decimos que M es *invariante* si cuando multiplicamos todas los elementos de M por la variable z, obtenemos de nuevo una función de M. Un resultado de Beurling (1939) clasifica los espacios invariantes. Tras estudiar este teorema, veremos algunos de los avances hacia clasificar los espacios invariantes para otros espacios distintos de H^2, problema que está, en general, abierto hoy en día.

2 Funciones cíclicas

El espacio de Dirichlet D es el espacio de las funciones holomorfas sobre el disco cuya imagen tiene área finita. Decimos que $f \in D$ es *cíclica* si cuando multiplicamos f por todos los polinomios obtenemos un subespacio denso de D. Un importante problema abierto en el análisis complejo es la conjetura de Brown-Shields (de 1984), que propone una caracterización de la ciclicidad. La hipótesis de Riemann, uno de los problemas del milenio, también se puede expresar en términos similares. Podemos estudiar algunos de los enfoques hacia la resolución de estos problemas abiertos.