LA CONJETURA DE HOPF

LUIS GUIJARRO

El teorema de Gauss-Bonnet da restricciones topológicas para que una superficie tenga curvatura positiva. Pero ¿hay algo parecido en dimensiones superiores? Por ejemplo, el toro $\mathbb{T}^2 = \mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1$, teniendo característica de Euler cero, debe tener siempre puntos de curvatura cero; sin embargo, nada se sabe de $\mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^2$. Una vieja conjetura atribuida a Heinz Hopf afirma que una métrica sobre tal variedad tendrá necesariamente planos con curvatura cero.

En este trabajo se propone familiarizarse con esta conjetura de Hopf y algunos de los trabajos a que ha dado lugar en los últimos años. Se estudiarán las restricciones de Hitchin-Thorpe y de Chern-Milnor para la curvatura de 4-variedades, y resultados de Alan Weinstein sobre métricas que proceden de inmersiones Euclídeas con codimensión baja.

Requisitos: Familiaridad con un curso elemental de geometría diferencial de un grado en Matemáticas.