



# PEQUEÑO INSTITUTO DE MATEMÁTICAS

2023-24

Si quieres entrar al PIM, resuelve los ejercicios de esta hoja y carga las soluciones en la página de registro, así como tus respuestas a las preguntas del cuestionario que hay al final de la hoja.

Esta hoja se podrá entregar hasta el **29 de febrero de 2024**. Si entregas tus ejercicios y tus respuestas al cuestionario antes, te contestaremos antes. Por eso, no esperes hasta el último momento.

No hay un número de problemas mínimo que debes hacer. Es normal si no te salen todos. Sin embargo, si no te sale algún ejercicio a la primera, no lo abandones e intenta pensar sobre él más tarde.

Por favor, procura que tus soluciones sean legibles y bien ordenadas. Esto nos ayudará entender lo que quieres expresar. No es suficiente dar sólo las respuestas. Queremos ver tus razonamientos para llegar a ellas.

---

## Registro de invierno 2023-24, 1-2-3-ESO

---

1. Antes del inicio del campeonato escolar de ajedrez, cada participante dijo en qué posición esperaba quedar. Juan dijo que ocuparía el último lugar. Al final del campeonato, todos ocuparon lugares diferentes, y resultó que cada uno, excepto, por supuesto, Juan, ocupó un lugar peor de lo esperado. ¿En qué posición quedó Juan? Explica la respuesta.
2. Dos personas colocan caballos por turnos en las casillas de un tablero de ajedrez de manera que los caballos no se capturen entre sí. Pierde aquel que no puede realizar un movimiento. Determina qué jugador tiene una estrategia ganadora y descríbela.
3. Pablo está situado en el centro de un prado circular de radio igual a 100 metros. Cada minuto da un paso de longitud de 1 metro. Antes de cada paso, anuncia la dirección en la que quiere avanzar. Sofía puede hacer que cambie su dirección a la opuesta. ¿Puede Pablo actuar de tal manera que inevitablemente salga del prado en algún momento, o Sofía siempre puede impedirselo?
4. Demuestra que si  $x$  e  $y$  son dos números enteros que se pueden escribir como sumas de 2 cuadrados de números enteros, entonces su producto  $xy$  también. Por ejemplo,  $17 = 4^2 + 1^2$ , y  $20 = 2^2 + 4^2$ . Su producto es  $340 = 4^2 + 18^2$ .
5. Se tienen 2024 tarjetas con 1 y 2024 tarjetas con 2. Lucía organiza estas tarjetas para formar un número de 4048 dígitos. En un solo movimiento, Darío puede intercambiar dos tarjetas y pagar 1 euro a Lucía. El proceso termina cuando Darío obtiene un número divisible por 11. ¿Cuál es la suma máxima que Lucía puede ganar si Darío intenta pagar lo menos posible?

6. Hay seis monedas, una de las cuales es falsa (se diferencia en peso de la auténtica, pero su peso, al igual que el de la moneda auténtica, es desconocido; tampoco se sabe si la falsa pesa menos o mas). ¿Cómo se puede encontrar la moneda falsa en tres pesadas utilizando una balanza que muestra el peso total de las monedas pesadas?

---

Escribe una pequeña redacción que conteste a las siguientes preguntas. Por encima de todo buscamos que contestes con sinceridad (por supuesto, ¡tienes que contestar tú y no tus padres!). Las preguntas no tienen necesariamente una respuesta “correcta”: contesta sinceramente y no lo que creas que queremos oír.

1. Explica por qué quieres estudiar en el PIM. ¿Te gustan las matemáticas? ¿Conoces como funciona la actividad? ¿Crees que te podría ayudar en tu vida académica?
2. Cuenta alguna historia de tu propia vida relacionada con las matemáticas (puede ser una buena o mala experiencia). Recuerda algún problema matemático que te haya gustado especialmente.
3. ¿Cómo es tu relación con las matemáticas de la ESO/Bachillerato?
4. ¿Participas o has participado alguna otra actividad relacionada con matemáticas? ¿Cómo es/fue tu experiencia?
5. Cuenta tu experiencia al resolver problemas de esta hoja: ¿te han parecido difíciles/fáciles? ¿te han parecido interesantes? ¿cuánto tiempo has dedicado en total? ¿son estos problemas diferentes de lo que has visto antes?