

Integradores Variacionales en Mecánica Vacónoma

César Rodrigo^{*}

Resumen

Se define un problema de Lagrange discreto como un sistema Lagrangiano discreto dotado de una subvariedad de ligadura en el espacio de los 1-jets del espacio de configuración del sistema. Definidos los conceptos de “curva admisible” y de “variación infinitesimal admisible” del problema, el objetivo de la mecánica vacónoma discreta es, como en el caso continuo, hallar las curvas admisibles que son críticas para la Lagrangiana del sistema respecto de las variaciones infinitesimales admisibles. Para las curvas admisibles que satisfacen una cierta condición de regularidad, probamos que las curvas críticas son las soluciones de un operador de Euler-Lagrange de un “problema variacional extendido discreto” canónicamente asociado al problema de Lagrange dado (regla del multiplicador de Lagrange discreta). A partir de aquí, definimos el concepto de forma de Cartan, establecemos la teoría de simetrías de Noether e introducimos una noción de “integrador variacional ligado” que caracterizamos mediante una ecuación de Cartan que asegura su simplecticidad. A diferencia de la mecánica discreta sin ligaduras estos integradores y su ecuación de Cartan están definidos sobre una subvariedad presimpléctica, pudiéndose dar una noción de regularidad que permite probar la existencia y unicidad de este tipo de integradores en un entorno tubular de una curva crítica. Finalmente, probamos que estos integradores pueden construirse a partir de una cierta función generatriz de segunda clase en el sentido de la geometría simpléctica.

^{*}Trabajo conjunto con Antonio Fernández y Pedro L. García