DESCRIPCION DE LOS CURSOS

Cubos y bolas en dimensiones altas

Profesorado: Daniel Faraco y Jesús Munarriz (UAM)

Descripción:
Mencionamos el problema de Buseman-Petty sobre cuerpos convexos y sus secciones. Calculamos el volumen de la bola unidad euclidea en dimension arbitraria, de la manera pedrestre (Fubini) y a la Weyl (usando la medida gaussiana). Comprobamos que la bola de radio R tiene un volumen sorprendentemente pequeño en dimensiones altas. Estimamos el radio de la bola de volumen 1, y el tamaño de sus secciones centrales. Comparamos con el cubo. Mencionamos sin demostracion el resultado de Keith Ball sobre secciones del cubo de lado 1: el tamaño maximo es raiz de 2, en todas las dimensiones. Comparando con los resultados obtenidos para las bolas, vemos que el problema de Buseman-Petty tiene respuesta negativa en dimensiones altas. Finalmente, mencionamos algunos temas relacionados (concentracion de medida, el Teorema de Dvorevsky), indicando problemas abiertos.

Temario:

1. Cuerpos convexos en R^d.
2. Cálculo de volúmenes. Relación con la medida gaussiana. La formula de Stirling.
3. Cubos y bolas de volumen 1. Diámetros, secciones.
4. Concentración de medida. El problema de Buseman-Petty, el Teorema de Dvorevsky, la conjetura del Hiperplano.

Bibliografia:

Ball, Keith, An elementary introduction to modern convex geometry. Flavors of geometry, 1--58, Math. Sci. Res. Inst. Publ., 31, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1997. Disponible en la web.

Nivel del curso: básico

Teoría geométrica de ecuaciones diferenciales ordinarias

Profesor: Daniel Peralta Salas

Descripción:
El objetivo del curso es introducir a los estudiantes en la teoría cualitativa de EDOs. Para ello, revisaremos algunos de los resultados básicos, tanto locales (Hartman-Grobman) como globales o semi-globales (Floquet, Poincaré-Bendixon), que permiten analizar el retrato de fases de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Programa:

1. Preliminares: flujos, retratos de fases y zoología de órbitas (1 hora).
2. Algunos aspectos locales: hiperbolicidad y los teoremas de Hartman-Grobman y de la

variedad centro; índice de una singularidad aislada (3 horas).
3. Algunos aspectos globales: ciclos límite y teoría de Floquet; atractores y funciones de Lyapunov; campos gradiente y el teorema de Lojasiewicz; integrales primeras, centralizadores y normalizadores (4 horas).
4. Flujos en superficies: el teorema de Poincaré-Bendixon; formas normales y la clasificación de singularidades analíticas; introducción a la segunda parte del problema 16 de Hilbert (2 horas).

Bibliografía:

F. Dumortier, J. Llibre y J.C. Artés, Qualitative theory of planar differential systems. Springer, Berlin, 2006.

L. Perko, Differential Equations and Dynamical Systems. Springer, New York, 2001.

Nivel del curso: básico.

Mecánica Lagrangiana y Hamiltoniana

Profesorado: David Martin de Diego (CSIC), Dan Fox (CSIC) y Juan Carlos Marrero (Universidad de La Laguna)

Programa:

1. Introducción a la Mecánica Lagrangiana. Mecánica newtoniana, Cálculo variacional, Mecánica lagrangiana. Constantes del movimiento y Teorema de Noether. Problema de Kepler. (4 horas)
2. Introducción a la Mecánica Hamiltoniana. Ecuaciones de Hamilton. Transformación de Legendre. Geometría del espacio de fases. Transformaciones canónicas. Sistemas hamiltonianos completamente integrables. (3 horas)
3. El cuerpo rígido. Espacio de configuración y descripción lagrangiana y hamiltoniana. Ecuaciones de Euler. (3 horas)

Bibliografía:

V.I. Arnold, Mathematical Methods of Classical Mechanics (Graduate Texts in Mathematics), Springer-Verlag 1989. (en castellano, Métodos Matemáticos de la Mecánica Clásica, Ed. Mir.

L.D. Landau, E.M. Lifshitz, Mechanics: Volume 1, Butterworth-Heinemann, 1976 (en castellano, Mecánica Clásica, Ed. Reverté.)

J.E. Marsden, T.S. Ratiu: Introduction to mechanics and symmetry.Springer Verlag, 1994.

C. Lanczos: The Variational Principles of Mechanics, Dover Publications, 1986.

Nivel del curso: básico

Introducción al h-principio

Profesorado: Francisco Presas Mata (CSIC)

Descripción:
¿Se puede dar la vuelta a una esfera? (http://www.youtube.com/watch?v=BVVfs4zKrgk) ¿Puedes construir una función sin puntos críticos cuando "parece" posible? ¿Cuándo puedes meter una esfera de dimensión n en R^N de modo transverso a una foliación dada? ¿Puedes construir un encaje isométrico de una variedad en el espacio euclídeo? Todos estas preguntas dan lugar a resultados famosos. En los años 60 M. Gromov descubrió que detrás de todas ellas había un principio común que permite tratarlas de modo uniforme. Gromov llamó a su técnica "Principio de homotopía" o "h-principio". Este curso habla de este principio en los casos más básicos.

Programa:

1. Variedades diferenciables. Fibrados. Tensores. Flujos de campos. (2 horas)
2. Enunciado y prueba del h-principio. Espacios de jets. Secciones holonomas. Prueba del lema de aproximación holónoma. (3 horas)
3. Aplicaciones. Inmersiones. Inmersiones dirigidas. Variedades cerradas. Geometría simpléctica y de contacto. (4 horas)

Bibliografía:

Eliashberg, Y. Mishachev, N. Introduction to the h-principle. Graduate Studies in Mathematics, 48. AMS, 2002. xviii+206 pp. ISBN: 0-8218-3227-1

Gromov, Mikhael, Partial differential relations. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete (3) [Results in Mathematics and Related Areas (3)], 9. Springer-Verlag, 1986. x+363 pp. ISBN: 3-540-12177-3

Nivel del curso: alto

Análisis y Matemática Aplicada

Profesorado: Diego Córdoba, Rafael Orive.

Descripción:

El objetivo de este curso es presentar una visión introductoria de esta amplia temática.

Programa:

1. Análisis en mecánica de Fluidos
2. Método numéricos
3. Simulación y modelización en fluidos
4. EDPs no lineales
5. Integrales singulares e inclusiones diferenciales.

6. Teoría de números

Bibliografía:

Elias M. Stein & Rami Shakarchi, Fourier Analysis: An Introduction

Lawrence C. Evans, Partial Differential Equations

Andrew J. Majda & Andrea L. Bertozzi, Vorticity and Incompressible Flow

Nivel del curso: alto

Geometría algebraica

Profesorado: Tomás Gómez de Quiroga

Descripción:
Curso de introducción a la geometría algebraica. Comenzaremos con el libro de Fulton y proseguiremos con el artículo de Kempf (Crelle, 1974) donde da una demostración sencilla de dualidad de Serre y Riemann-Roch para curvas, a partir de teoría de cohomología, usando sólo propiedades básicas.

Bibliografía:

Fulton, Curvas algebraicas

Kempf, George R. On algebraic curves. J. Reine Angew. Math. 295 (1977), 40--48.

Nivel del curso: alto

Métodos Asintóticos en Ecuaciones Diferenciales

Profesorado: Carlos Escudero Liébana, Carlota Cuesta y Juan José López Velázquez

Descripción:
Los métodos asintóticos son una de las herramientas más clásicas de la Matemática Aplicada y tienen numerosas conexiones con varias ramas del Análisis Matemático y la Teoría de Ecuaciones Diferenciales.

En este curso se presentarán algunas de las técnicas que permiten obtener información sobre las soluciones de algunas ecuaciones diferenciales lineales y no lineales. Muchos de los ejemplos que se presentarán en el curso se centrarán en el estudio de ecuaciones diferenciales ordinarias, pero se describirán también algunos ejemplos de ecuaciones en derivadas parciales.

Temario:

1. Series asintóticas.
2. Estudio local de ecuaciones diferenciales ordinarias.
3. Ecuaciones diferenciales con parámetros pequeños
4. Oscilaciones con pequeñas longitudes de onda: El método WKB.

5. Métodos de premediación.
6. Capas límites.

Bibliografía:

V.I. Arnold, Mathematical Methods of Classical Mechanics (Graduate Texts in Mathematics), Springer-Verlag 1989. (en castellano, Métodos Matemáticos de la Mecánica Clásica, Ed. Mir.

C. M. Bender, S. A. Orszag. Advanced mathematical methods for scientists and engineers. McGraw-Hill Inc., 1978.

M.H. Holmes. Introduction to Perturbation Methods, Texts in Applied Mathematics 20, Springer.

Nivel del curso: alto

Análisis complejo y temas relacionados

Profesorado: Dragan Vukotic Jovsic y María José Martín Gómez.

Descripción:
Este curso pretende dar una suave introducción a algunos temas clásicos y modernos dentro de la teoría geométrica de funciones y de la teoría de polinomios analíticos. Será completamente asequible para los estudiantes que hayan aprobado los cursos básicos de cálculo, álgebra y geometría analítica, variable compleja y topología general.
Se probarán varios teoremas fundamentales y se formularán algunos resultados recientes con pruebas sencillas y algunos problemas de investigación abiertos (varios de ellos, desde hace más de 40 años) pero con unos enunciados muy elementales.
Una vez finalizadas las clases, los estudiantes interesados podrían llevar a cabo un pequeño estudio individualizado que finalizaría con una presentación de media hora (en forma de seminario) del contenido de las páginas selectas de una monografía o de un sencillo y breve artículo de investigación sobre los temas propuestos.

Temario:

1. Los automorfismos y otras autoaplicaciones del disco. La conjetura de Krzyz (1968). Demostración para el primer coeficiente. El lema de Schwarz invariante. La métrica hiperbólica (o de Poincaré).
2. Familias normales; teorema de Montel. Aplicaciones conformes (funciones univalentes). Una demostración del teorema de representación (aplicación) conforme de Riemann.
3. La clase S de funciones univalentes normalizadas y algunas transformaciones que la preservan. Los teoremas de recubrimiento (o de ¼) y de crecimiento de Koebe. El teorema de Bieberbach para el segundo coeficiente. La historia de la conjetura de Bieberbach/teorema de L. de Brange.
4. Polinomios analíticos. Ceros y puntos críticos. El teorema de Gauss-Lucas. Las desigualdades de Bernstein y Lax. Teorema de Grace-Heawod. La conjetura de Sendov-Ilieff (1962). Pruebas en algunos casos especiales: polinomios con los ceros en la frontera, polinomios que fijan el origen, polinomios de grado tres. La conjetura de Smale (1981). El teorema de Conte, Fujikawa y Lakic.

Bibliografía:

L. V. Ahlfors: Complex Analysis, McGraw-Hill, Nueva York 1978.

G. L. Cohen y G. H. Smith: A simple verification of Ilieff's conjecture for polynomials with three zeros, *Amer. Math. Monthly* **95** (1988), 734-737.

A. Conte, E. Fujikawa, N. Lakić: Smale's mean value conjectue and the coefficients of univalent functions, *Proc. Amer. Math. Soc*. **135** (2007), 3295-3300.

P. L. Duren: Univalent Functions, Springer-Verlag, Nueva York 1983.

S. G. Krantz: Complex Analysis. The Geometric Viewpoint (Segunda edición). The Mathematical Association of America, 2004.

Q. I. Rahman, G. Schmeisser: Analytic Theory of Polynomials, LMS Monographs New Series **26**, Oxford Science Publications, 2002, 742 pp.

T. Sheil-Small: Complex Polynomials, Cambridge Studies in Advanced Mathematics **75**, Cambridge University Press, 2002, 428 pp.

Nivel del curso: básico